Matemática en aulas de plurigrado:
el juego como recurso de enseñanza

Agradecemos muy especialmente a
Mónica Agrasar y Graciela Chemello
quienes con enorme dedicación desarrollaron
esta publicación que hoy llega a tu escuela.

Hace más de 50 años que la Fundación Bunge y Born acompaña el trabajo de escuelas de contextos rurales, con el afán de fortalecer sus prácticas a través de intervenciones específicamente diseñadas para atender a sus particularidades. Hace 20 años decidió unir esfuerzos con la Fundación Perez Companc, para llevar adelante el Programa Sembrador.

Las escuelas de contextos rurales son sumamente diversas a lo largo del territorio argentino y es muy difícil generar una definición que englobe perfectamente a todas ellas. Sin embargo, sí es posible afirmar que la mayoría de ellas cuenta con una matrícula reducida y, por tanto, deben organizar a sus alumnos en plurigrados. Desde el Programa Sembrador entendemos que el abordaje de la enseñanza en estos contextos debe tener en cuenta las características propias de las escuelas, comunidades y alumnos.

La enseñanza de la matemática es un tema prioritario en Argentina. Es por eso que, en esta oportunidad, presentamos "Enseñar matemática a través del juego", una publicación que retoma y amplía los contenidos de una serie de cursos virtuales ofrecidos por el Programa Sembrador para docentes de escuelas de contextos rurales.

Esta publicación está pensada desde el abordaje requerido para el trabajo con grupos de niños de diferentes edades y niveles. En ella se presentan estrategias específicas para mejorar los aprendizajes en este campo fundamental para el desarrollo de la sociedad. Además, retoma el juego como motor inherente a la niñez, comprendiendo que ésta es la manera privilegiada que los niños tienen para conocer el mundo.

Enseñar matemática a través del juego permite que los alumnos construyan aprendizajes significativos a través de la experimentación y de la participación activa.

Los juegos propuestos contemplan distintas versiones y niveles de dificultad, entendiendo que el proceso de aprendizaje de cada niño es distinto y no siempre corresponde directamente con la edad sino con sus propias experiencias y oportunidades. La propuesta de esta publicación es retomar los conocimientos previos y favorecer el trabajo en equipo para aprender matemática de manera lúdica y divertida, generando aprendizajes que duren para toda la vida.

Nuestra intención es que este material sea útil, práctico y que llegue a todos los rincones del país con el objetivo de colaborar en la tarea diaria de los docentes.

Programa Sembrador

Planificar la enseñanza

Describir a las escuelas rurales desafía todo intento de generalización, ya que la combinación de un espacio geográfico y cultural específico con una organización particular del grupo escolar, deriva siempre en situaciones únicas y heterogéneas. Por ejemplo, y a muy poca distancia, podemos encontrar una escuela con un grupo de siete alumnos, tres de ellos hermanos, con niños y niñas de 6 a 15 años; y otra con un agrupamiento de primer ciclo con 20 niños. Ambas son escuelas rurales.

Precisar entonces cómo organizar la enseñanza en contextos tan diversos parece un imposible. Sin embargo, sí es posible acordar algunos criterios comunes pues muchos maestros, aunque no hayan tenido una formación específica al respecto, asumen el desafío de trabajar simultáneamente con niños de distintas edades, toman decisiones, generan estrategias, registran sus prácticas y las comparten y analizan con otros.

Además, tal como señala Melanie Uttech (2004), se pueden observar algunas ventajas en este modo particular de organizar la enseñanza:

> *"El maestro tiene a los mismos estudiantes año tras año y de inmediato reconoce sus capacidades emocionales, sociales y académicas y por lo mismo sabe por dónde empezar cada nuevo ciclo. No es necesario dedicar tiempo al principio del periodo escolar para aprender acerca de los estilos de aprendizaje de los estudiantes, de sus capacidades y necesidades. Los estudiantes más pequeños buscan imitar los comportamientos de los más grandes y así tienen un apoyo extra y aprovechan a más de un maestro al realizar sus actividades.*
>
> *Los alumnos mayores pueden acrecentar sus habilidades de liderazgo al apoyar a los menores. La cooperación y el entendimiento mutuo, integrados a la organización y a las metodologías de enseñanza, son habilidades reforzadas y altamente valoradas en la vida.*
>
> *Los más pequeños o de menor avance tienen la oportunidad de escuchar estrategias más avanzadas de lectura, escritura y de conceptos matemáticos cuando sus compañeros comparten sus ideas. Es decir, están expuestos a niveles de pensamiento más complejos, siempre y cuando estén al alcance de su comprensión.*
>
> *Los compañeros más avanzados en ciertas áreas tienen la oportunidad de aplicar sus avances académicos, porque deben haber comprendido lo suficientemente bien el contenido a fin de enseñárselo a otros compañeros.*
>
> *Cuando están motivados para interactuar cotidianamente con sus compañeros, todos los estudiantes adquieren habilidades sociales valiosas. Todos los estudiantes trabajan al mismo tiempo, por lo que nadie está inactivo.*
>
> *El espíritu de cooperación surgido del trabajo en equipo los lleva a tener menos conflictos intergrupales e intra grupales, lo que da como resultado menos desacuerdos y peleas. Los alumnos mayores pueden guiar rápidamente a los alumnos nuevos sobre la rutina diaria, sobre las reglas y expectativas dentro del salón de clases. Los estudiantes perciben el cambio de su papel dentro del salón de clases al progresar a través de los años con sus maestros y están conscientes de su propio crecimiento. Son más sensibles al adoptar una actitud comprensiva con sus propios compañeros, porque ellos mismos recibieron cariño y apoyo cuando lo necesitaron" (pp. 27-33).*

En este contexto, y dando continuidad a un proceso de desarrollo y sistematización de experiencias, iniciado en 2014 desde el Programa Sembrador, junto a docentes y supervisores de Córdoba, Santa Fe, Entre Ríos y Buenos Aires, recopilamos algunos modos particulares de organizar los grupos en función de distintos temas y propósitos. Esto nos permite identificar criterios y reconocer saberes sobre la enseñanza construidos en el ámbito de la práctica profesional.

Los agrupamientos y la elección de los temas

Una primera cuestión es señalar que la simultaneidad en el tiempo de "estar en la clase" no supone, necesariamente, trabajar todos juntos o trabajar en paralelo, cada uno con una guía individual.

En general, los maestros y maestras refieren que proponen actividades en paralelo a los diversos alumnos, plantean ejes integradores de contenido para compartir el trabajo de los diferentes años, establecen subgrupos por niveles, deciden momentos de enseñanza individualizada, diseñan proyectos para el grupo total y/o cuentan con la colaboración de los alumnos avanzados para atender a sus compañeros pequeños.

Para planificar una unidad de trabajo articulado en plurigrado es necesario identificar primero temas comunes entre los diferentes grados involucrados para dar alguna unidad a la propuesta de enseñanza. Estas unidades articuladas necesariamente van a alternarse con otras formas de organizar el aprendizaje que no involucran al conjunto de niños del grupo.

Dado que en el curriculum los contenidos están organizados en grados sucesivos, en una primera aproximación en matemática solo es posible identificar grandes focos o ejes comunes como sistema de numeración, operaciones con números naturales, medida, entre otros. Estos ejes, que en la escuela graduada muchas veces resultan organizadores naturales de la planificación anual, no son fértiles para el caso de plurigrado. De hecho, hoy cabría revisar la pertinencia de esta disposición de los contenidos, estructurada sobre la lógica disciplinar, para la organización de cualquier proyecto de enseñanza.

A través del análisis de los contenidos a enseñar en diferentes años y de la identificación de aquellos que se repiten o relacionan es posible dar unidad a la propuesta de enseñanza, aun cuando se establezcan diferencias en las consignas que se presentarán a los alumnos en función de distintos propósitos.

Para planificar, entonces, es imprescindible precisar los saberes previos del grupo sobre un eje, sus intereses y el alcance que será posible dar a los contenidos en el tiempo previsto y en relación con lo que se espera desarrollar a futuro.

La planificación en el plurigrado "rompe", de distintos modos, la estructura del curriculum por grados y se adapta más a las cohortes, a los grupos, dando lugar a distribuciones alternativas de contenidos.

Entre las múltiples formas válidas de organizar la enseñanza (proyectos integrados, guiones didácticos, ficheros con actividades individuales, entre otros) un esquema posible para el desarrollo de un tema/contenido en una unidad articulada puede ser el siguiente:

a) Actividad inicial para todo el grupo que permita tomar contacto con algún desafío o pregunta relativa al tema y que resulte suficientemente abierta como para dar lugar a que alumnos con diferentes saberes puedan abordarla.

b) Secuencias de actividades específicas para cada ciclo/grado/grupo/niño que permitan abordar alguna cuestión relativa al tema en estudio.

c) Actividad de cierre, con todo el grupo o por ciclo, en la que se retoma el desafío o pregunta inicial, se ponen en común las conclusiones de las actividades y se comunican los aprendizajes realizados.

d) Actividades individuales específicas para ampliar el tema o fortalecer cuestiones puntuales.

Otra posibilidad es plantear un proyecto en el que se trata de elaborar un producto colectivo y, para lograrlo, cada grupo/niño debe desarrollar tareas diferentes que se articulen y complementen en función de los propósitos del proyecto. Por ejemplo, de organizar la huerta, un viaje o campamento, un plano o maqueta, una juegoteca, una kermesse, un recetario, etc. En este caso, los contenidos matemáticos que se aborden podrían corresponder a distintos temas o ejes para cada grupo.

Atendiendo a las ventajas que plantea Uttech (2004), resulta sumamente propicio desarrollar unidades temáticas o proyectos que articulen el trabajo del grupo total. Sin embargo, también es necesario dedicar tiempo a actividades específicas para distintos temas y que requieren un trabajo particular de cada grupo con el maestro. Esto implica que necesariamente hay momentos en los que distintos alumnos trabajan simultáneamente de modo más autónomo, ya sea en el mismo tema, en otro tema o en otra área.

Claro está que cualquiera de estas organizaciones requiere de un trabajo previo muy importante por parte del docente y que no puede pensarse independientemente del modo en que se considera la enseñanza de la matemática.

Cuando se asume la enseñanza de la matemática con el compromiso de la participación de todos los alumnos en una comunidad de producción, en la que se resuelven problemas con distintos procedimientos, se comparan producciones y se analiza la validez de las afirmaciones que se hacen, la tarea resulta todo un desafío.

Hoy ya no se trata de mostrar un procedimiento en el pizarrón para que todos copien, ejerciten y apliquen a otros ejercicios. Por una parte, lo que se aprende de ese modo es insuficiente cuando aparecen problemas distintos. Por otra, si no se puede volver sobre lo realizado para analizarlo, explicarlo, discutir si las conclusiones se pueden escribir de otra forma o si lo que se afirma vale para otros números, para otras operaciones o para otras figuras, no es posible tener control de la tarea ni comunicarla a los demás. Sin este proceso, los conocimientos matemáticos involucrados resultan muchas veces aislados, poco significativos y difíciles de reutilizar.

En el caso del plurigrado, el desafío parece aún mayor. ¿Cómo presentar problemas que involucren en este trabajo reflexivo a niños y niñas de distintas edades y con distintos conocimientos?

La perspectiva de la enseñanza en el área

Para seleccionar las actividades será necesario tener en cuenta la perspectiva para la enseñanza de la matemática acordada a nivel nacional en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP) y que orienta los diseños curriculares provinciales. En esta perspectiva se señala la importancia de organizar propuestas que enfrenten a los alumnos y alumnas a problemas de distinto tipo para que elaboren procedimientos de resolución propios y que luego puedan comparar las producciones realizadas, analizar su validez y producir textos con información matemática avanzando en el uso del lenguaje apropiado.

Se habla de problema cuando una situación/caso/pregunta lleva a los alumnos a poner en juego los conocimientos de los que disponen y, a la vez, ofrece algún tipo de dificultad que los torna insuficientes. Este problema da lugar a la búsqueda de soluciones en las que se producen nuevos aprendizajes modificando (enriqueciendo o rechazando) los conocimientos anteriores.

Pero cuando se plantea la necesidad de resolver problemas en la clase de Matemática, se habla de algo más que de encontrar un resultado o una respuesta a una pregunta. El trabajo con problemas involucra tanto producir y analizar la validez de procedimientos y soluciones, como estudiar el alcance y los límites de esos procedimientos, desarrollando los modos de hacer y comunicar propios de la disciplina.

Se busca que los alumnos puedan realizar afirmaciones o hacer preguntas sobre las nociones en estudio explorando en qué casos son válidas, y que puedan explicitar los conocimientos matemáticos nuevos estableciendo relaciones con otros ya adquiridos. Asimismo, es necesario generar con los alumnos una red de relaciones entre las nociones que van aprendiendo y diversos aspectos de cada una de ellas: distintos significados, representaciones y propiedades.

¿Qué tener en cuenta para elegir un conjunto de actividades?

Al elaborar una planificación para estudiar un tema, no es suficiente con elegir un conjunto de actividades que tengan una referencia a ese tema. Es necesario pensar en un propósito que oriente la selección y las vaya conectando en un recorrido que pueda ser claramente especificado en términos de lo enseñado y aprendido.

En principio, es necesario tener en cuenta que cada noción a enseñar debe ser abordada a través de un conjunto de problemas, pues en cada uno de ellos, es posible estudiar sólo algunas cuestiones.

¿Cómo elegir los problemas? ¿Qué tener en cuenta para seleccionar actividades que permitan abordar distintos aspectos del contenido y de la actividad matemática?

Aquí se comparten algunos criterios posibles, derivados de los trabajos de distintos investigadores en didáctica de la matemática y que permiten orientar nuestras decisiones.

Por una parte, habría que contemplar los tres componentes señalados por Vergnaud (1997): aquellos que permitan abordar los distintos significados que la noción a enseñar asume en las diversas situaciones que permite resolver; problemas donde intervengan las propiedades que le son propias y las relaciones asociadas a ellas; y también problemas donde la noción vaya apareciendo con sus diversas representaciones. Además de identificar estas distintas representaciones para una misma idea, es necesario conocer, tal como señala Duval (1995), cómo pasar de una a otra según lo que convenga para resolver o comunicar.

Entonces habrá que elegir, por una parte, problemas que permitan explorar los usos de la noción para responder distintas preguntas propias de las actividades y la cultura en la que viven los alumnos, como otras relativas a distintos ámbitos de la actividad social, en contextos extra-matemáticos. Por otra parte, es necesario incluir otros problemas en los que se trata de comprender alguna propiedad o el alcance de la noción, por ejemplo, si un determinado procedimiento es o no adecuado, si funciona o no para distintos tipos de números. En estos casos decimos que el contexto es intra-matemático.

Si todas las actividades refieren a usos de los conocimientos matemáticos en contextos particulares, y no se incluyen problemas intra-matemáticos donde esos conocimientos se estudien de manera explícita, no hay posibilidad de identificarlos o relacionarlos con otros conocimientos. De este modo —y aunque los alumnos hayan resuelto problemas en contextos extra-matemáticos variados— los conocimientos quedan asociados a esas situaciones y no es posible reconocerlos en otras. Por ejemplo, si los problemas en los que se usan fracciones sólo refieren a situaciones de reparto o medida, los alumnos las reconocerán para indicar resultados de repartos de alfajores, tortas, chocolates, o para expresar medidas de cintas, caminos, superficies, pero no podrán asociarlas con el cociente entre dos números.

En el caso opuesto, un trabajo puramente intra-matemático no permite la construcción de sentido y la identificación de los problemas que dieron origen a esos conocimientos. Por ejemplo, si se presentan las operaciones a partir de la resolución de cálculos y se insiste en dominar los mecanismos para luego pasar a los "problemas" esto conduce a que los chicos, frente a un enunciado, casi antes de leerlo, pregunten qué hay que hacer, si es de más o de menos.

Una primera cuestión a considerar entonces al planificar una unidad o una secuencia de enseñanza es el equilibrio entre problemas en los que las nociones funcionan como **herramientas en diferentes contextos de uso** y otros en los que el desafío está en **comprender cómo son y por qué valen esas herramientas.**

Para el caso de los conocimientos aritméticos, unos son los problemas que se resuelven usando las operaciones y otros son aquellos que apuntan a entender qué propiedades valen para esas operaciones y cómo se pueden resolver los cálculos.

En este sentido, es importante destacar que en la tradición escolar sólo suelen considerarse como problemas aquellos donde las operaciones aparecen en contextos extra-matemáticos:

Sabiendo que 20 cajas de cerezas pesan 100 kilos, se quiere conocer el peso de 75 cajas y de 120 cajas, para hacer dos envíos.

Estos enunciados pueden contribuir a que los niños se apropien de la significación externa de estas operaciones, pero no son suficientes.

Desde el enfoque que se sostiene en los NAP, se considera al problema como un desafío intelectual. Entonces, también es un problema, por ejemplo, analizar cómo funciona un cálculo y fundamentar por qué ocurre en:

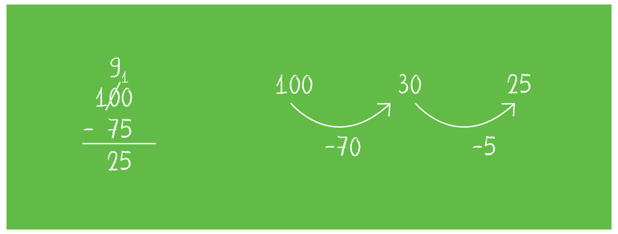
Romina dice que para hacer 7 x 9 piensa en 2 x 9 y lo suma a 5 x 9, ¿te parece que está bien cómo piensa? ¿Por qué?

Estos problemas contribuyen a que los niños se apropien de la significación interna de estas operaciones. En el caso del ejemplo anterior, la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.

En el diseño de la enseñanza de las operaciones, cuando se habla de su uso en distintos contextos, se deberá tener en cuenta que cada operación puede utilizarse para resolver diferentes problemas asociados a diversos **significados**.

Por ejemplo, para el caso de la resta, trabajando en un contexto de compras y ventas, no es lo mismo calcular 100 - 75 para saber cuánto me queda después de pagar $100 por algo que cuesta $75, que para saber cuál es la diferencia de precio entre un producto que cuesta $100 y otro que cuesta $75. En el primer caso hay una cantidad de la que se quita algo, que se reduce, y en el otro hay una comparación sin que se modifiquen las cantidades.

Por otra parte, cada problema puede resolverse con una variedad de procedimientos que pueden involucrar distintas operaciones y diferentes escrituras. En el caso del ejemplo anterior:



Si bien esta diversidad aparece en la clase cuando los chicos proponen sus procedimientos originales, en los problemas que se incluyen en la planificación es necesario retomarlos para plantear nuevos problemas.

Cuando los procedimientos originales son de cálculo, es importante considerar que la elección dependerá de los números involucrados y de los conocimientos disponibles sobre el sistema de numeración y las propiedades de las operaciones.

Por ejemplo, es posible que 100 - 75 se resuelva mentalmente y 100 - 59 requiera la cuenta "parada" o saber que como 100 - 60 es 40, el resultado es 41.

Para que esto sea posible para todos los chicos, es necesario que destinemos un tiempo importante del trabajo en el aula para abordar los cálculos como "objeto de estudio", identificando diferentes procedimientos, analizándolos, probando si funcionan con otros números, registrando qué se puede hacer y qué no para cada operación y para cada tipo de números. Lo que los más chicos descubran como un "truco" para resolver más fácil dará lugar al estudio de las propiedades de las operaciones para los más grandes.

Durante este proceso de análisis y uso de distintos procedimientos, iremos promoviendo el avance hacia formas cada vez más eficaces sin tener como meta, necesariamente, la utilización de un único algoritmo por parte de todos los alumnos. Sí es fundamental que cada uno pueda resolver teniendo control de lo que hace y, a su tiempo, avance progresivamente hacia procedimientos cada vez más sintéticos. En el caso del plurigrado es muy natural la coexistencia de procedimientos distintos y, muchas veces, los mismos alumnos se "recomiendan" entre ellos formas alternativas de resolución.

De este modo, al planificar una secuencia de actividades sobre operaciones, se deben tener en cuenta las elecciones que se harán en relación a los contextos de uso, los significados de la operación y, cuando el foco se encuentra en el cálculo, la variedad de procedimientos a incluir en función de las propiedades que los fundamentan.

Para los conocimientos geométricos y de medida, también hay algunos problemas que aportan a su significación externa. Son aquellos que muestran su valor para resolver situaciones en contexto, por ejemplo:

Con dos varillas de 6 cm y dos de 8 cm se arma un bastidor rectangular, pero se deforma, ¿cómo conviene ubicar una quinta varilla para asegurar la forma y que el bastidor no se mueva? ¿Qué medida debe tener?

Otros problemas, en cambio, apuntan a advertir su significación interna, por ejemplo:

Armando una lista de condiciones que cumplen el rombo y el cuadrado, decimos que tienen ambos cuatro lados iguales y diagonales perpendiculares, ¿qué condición es posible agregar para que la figura sea un cuadrado?

En algunos problemas, el conocimiento matemático funciona de manera implícita al tomar de decisiones en la acción (Douady, 1999), como cuando los alumnos eligen una manera personal para resolver o participan de un juego. En otros, se da lugar a la formulación explícita de las nociones, avanzando en el uso del lenguaje propio de la disciplina, como cuando se relata un procedimiento. Otros, permitirán producir y analizar explicaciones que justifiquen los diversos procedimientos elaborados en clase.

Cuando la enseñanza se centra en la actividad matemática, cada conocimiento ha de pasar de un primer momento en el cual se presenta como herramienta de la actividad matemática, a otro en el que se transforma en objeto de estudio.

Después de resolver, comparar procedimientos y controlar la razonabilidad de los resultados es necesario enunciar las conclusiones obtenidas y explorar su alcance. Identificar los conocimientos nuevos y relacionarlos con los anteriores es fundamental para que lo que se aprende pueda ser reutilizado en nuevos problemas. El preguntarse si las conclusiones obtenidas se modifican después de analizar varios ejemplos –cuando se cambian las cantidades, los números, las figuras, entre otros– y, si es así, cómo se modifican, es una parte central del avance en los procesos de generalización.

Otro aspecto a considerar al elegir los problemas es cuidar que algunos sean para **resolver o analizar una situación**; otros para **comunicar, explicar o considerar una explicación dada por otro**; y algunos otros para **elaborar argumentos u opinar sobre los argumentos de otro.**

En el caso geométrico, para una misma figura pueden proponerse tareas diferentes como su construcción a partir de un conjunto de datos, la identificación a partir de una lista de propiedades, la escritura de sus propiedades a partir del nombre, el usar sus propiedades para argumentar sobre el tipo de figura que se obtiene al trazar sobre ella una diagonal.

En un apartado de los Cuadernos para el aula del Segundo Ciclo leemos:

> *"Los niños podrán realizar diferentes tareas. En algunas ocasiones, trabajarán usando los conocimientos matemáticos de manera implícita, sin nombrarlos ni escribirlos, por ejemplo, al medir, construir, decidir cómo jugar o calcular. En otras, utilizarán los conocimientos matemáticos de manera explícita: tendrán que describir cómo midieron o calcularon, qué instrumentos usaron para construir y qué hicieron en cada paso, o producirán un instructivo para que otro construya una figura o realice un cálculo, explicarán por qué decidieron utilizar un procedimiento u otro, cómo pueden comprobar que un resultado es adecuado. También darán razones para convencer a otro compañero de que los números encontrados o las figuras dibujadas cumplen con las condiciones del problema; tendrán que argumentar sobre si un procedimiento es o no correcto. En otras oportunidades, será el maestro el que presente una afirmación para que los alumnos discutan sobre su validez".* (p. 23)

En el diseño de secuencias también habrá que considerar las **diferentes representaciones** posibles.

Sabemos que los números, las figuras y los objetos matemáticos en general sólo pueden ser comunicados a través de sus representaciones, ya que son creaciones del pensamiento que no forman parte del mundo sensible. Un buen dominio de esos objetos requiere de una enseñanza en la que aparezcan las diferentes representaciones de los objetos que se tratan y la identificación de los mismos en cada una de ellas.

Así, es posible reconocer el siete en:

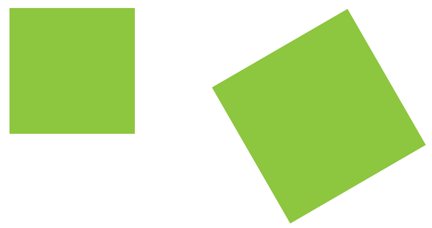
7 VII 6 + 1 10 - 3

En el caso particular de las figuras planas y espaciales, pueden ser representadas en la clase por medio de dibujos, recortes de papel, elásticos en los geoplanos, entre otras. Pero las figuras, igual que los cuerpos, son objetos geométricos que se definen por un conjunto de propiedades enunciadas en un texto y, en este sentido, enunciaciones distintas pueden referirse al mismo objeto.

Por ejemplo, todos los textos siguientes definen la misma figura, el cuadrado:

- Un cuadrilátero con los ángulos rectos y los lados de igual medida.
- Un paralelogramo con un ángulo recto y lados iguales.
- Un rombo de ángulos congruentes.
- Un rombo rectángulo.

Asimismo, para el cuadrado es posible realizar infinitos dibujos, tantos como resulte de las posibles medidas diferentes de sus lados.



En el armado de una secuencia se puede incluir una o más representaciones de los objetos matemáticos que intervienen. Pero, al igual que ocurre con los contextos y significados, es necesario tener en cuenta que estos criterios orientan la selección de las actividades a desarrollar en el conjunto del trabajo matemático del año y no en cada una de las secuencias que que se planifican.

También es necesario incluir actividades relacionadas con el proceso de estudio, con diferentes propósitos. Por ejemplo, afianzar el uso de algún procedimiento específico, sistematizar propiedades descubiertas y utilizadas en actividades anteriores, identificar los nuevos conocimientos aprendidos y elaborar una síntesis, registrar los propios avances en el aprendizaje y las nuevas preguntas que interesa investigar, entre otros posibles.

Si se consideran todos estos criterios, más las particularidades propias de cada contenido, resulta imposible pensar en responder a todos. Sí es posible, en cambio, considerarlos para la organización de distintas secuencias o unidades de trabajo, para distintos recortes de un contenido y distintos grupos de alumnos.

Tenerlos presentes nos permite advertir qué aspectos se abordan en una unidad de trabajo y cuáles quedan afuera y deben ser tenidos en cuenta en otra. A su vez, permiten generar alternativas para distintos grupos o niños.

Por ejemplo –y si bien cada alumno debe pasar por momentos de trabajo en contexto intra y extra-matemático y abordar los distintos tipos de tarea que involucra el hacer matemática– en una situación de clase algunos pueden trabajar sobre problemas en contexto extra y otros intra. A su vez, la tarea involucrada podría ser también distinta: unos elaboran un procedimiento, otros analizan un procedimiento elaborado por otro, otros elaboran o analizan la validez de ciertas afirmaciones.

Para poder responder a la diversidad de conocimientos en una clase, es necesario que las actividades se conviertan en

verdaderos desafíos para todos los alumnos. Esto requiere modificar algunos componentes —variables didácticas— generando un campo de problemas correspondiente a un mismo conocimiento o un abanico de problemas que corresponden a conocimientos diferentes (Brousseau, 1994).

Si bien será necesario organizar diversos tipos de agrupamientos para distintos temas, algunos juegos resultan muy valiosos para iniciar un trabajo conjunto sobre un tema y luego, realizando pequeños ajustes, adecuar la tarea para distintos grupos. Esto los convierte en un recurso particularmente fértil para plurigrado. La situación es accesible inicialmente para todos y luego pueden modificarse los números, las figuras involucradas o alguna regla para generar versiones de distinta complejidad.

El juego en la clase de Matemática

El juego está presente en la vida cotidiana de los niños y también de los adultos. Al jugar es necesario interactuar con otros, aceptar reglas, buscar estrategias para tratar de ganar, compartir y cooperar. Los juegos forman parte de toda cultura y, en general, requieren del intercambio con otros y de un experto que nos muestra las reglas, nos invita a jugar y a construir un sentido colectivo para ese conjunto de acciones que, para otro grupo, para otra cultura, podría resultar totalmente ajeno.

Recuperar los juegos de la infancia, los juegos que viven en la comunidad, tener registro de los juegos que conocen –y juegan– niños y jóvenes permite estar más atentos a su potencial uso en la escuela.

Patricia Sarlé (2010) plantea que la escuela tiene un rol fundamental en la transmisión de los juegos como creación cultural. En particular, señala que acceder a los juegos con reglas supone un momento específico del desarrollo evolutivo y sociocultural de los niños, que requiere el acompañamiento de un adulto o un par más competente.

"Enseñar a jugar, enseñar juegos y enseñar a través de juegos, son modos diferentes que necesitamos considerar no como pares contrarios, antagónicos y excluyentes, sino como formatos diferentes de inclusión del juego en la escuela infantil" (p. 14)

Por otro lado, hoy se vive el impacto de las nuevas tecnologías en la vida social y escolar. Las muñecas, la soga, el elástico, la pelota, las figuritas, conviven –y a veces han sido reemplazados– por los video juegos.

Si bien hay propuestas de juego mediado por tecnología que incluyen a varios jugadores, en general hay una tendencia a jugar solo o contra un otro desconocido. El impacto de estas actividades, tanto en el desarrollo como en el aprendizaje, todavía no se conoce en profundidad. Actualmente, hay debates abiertos y posturas encontradas al respecto.

A la vez, desde distintos sectores, se insiste en la incorporación de TICs en la escuela, lo que lleva a estar atentos a estos recursos, y al modo y los propósitos con los que se los incluye en las propuestas de enseñanza.

Más allá de estos debates, el juego -en todas sus presentaciones y formatos- es parte del proceso cognitivo y un valioso recurso para generar aprendizajes de distinto tipo. En este sentido, la inclusión de la tecnología en el aula, basada en evidencia y usada de manera prudente, puede ser una herramienta potente.

El juego como recurso de enseñanza

En el texto Juegos en matemática (Agrasar, Chara y Chemello, 2001) se plantea por qué, desde el punto de vista del enfoque didáctico, resulta interesante la inclusión del juego en la clase de Matemática.

Desde esta perspectiva, en la clase de Matemática la actividad ha de ser para los alumnos una oportunidad de elaborar estrategias propias, de utilizar las representaciones que consideren adecuadas, de discutir con sus pares, de explicar sus ideas y de dar razones de sus procedimientos y resultados, confrontar sus producciones con las de otros, aceptar críticas y otros puntos de vista. Un recurso privilegiado para que esto sea posible es plantear problemas en un contexto lúdico.

En este marco, el juego no está pensado como un entretenimiento sino como una herramienta útil y efectiva para enseñar determinados contenidos. Los materiales necesarios para desarrollar los juegos no son instrumentos de enseñanza en sí mismos sino soportes de las situaciones planificadas.

> *Los juegos poseen la ventaja de interesar a los alumnos, con lo que, en el momento de jugar, se independizan relativamente de la intencionalidad del docente y pueden desarrollar la actividad, cada uno a partir de sus conocimientos. Pero la utilización del juego en el aula debe estar dirigida a su uso como herramienta didáctica: jugar no es suficiente para aprender. Justamente, la intencionalidad del docente diferencia el uso didáctico del juego de su uso social. En el momento de jugar, el propósito del alumno es siempre ganar, tanto dentro como fuera de la escuela. El propósito del docente, en cambio, es que el alumno aprenda el contenido que está involucrado en el juego.* (Agrasar, Chara y Chemello, 2001, p. 5)

Según el contenido a enseñar, el docente tendrá que elegir o adaptar un juego. Asimismo tendrá que anticipar cómo organizar la clase y cómo conducirla. En tal sentido, es posible señalar que:

- *El docente organizará la clase en grupos, proporcionándoles –junto con el material– las reglas correspondientes al juego y los roles que cada uno asumirá durante su desarrollo. Es importante tener en cuenta que todos los integrantes del grupo participen activamente del juego desde el punto de vista cognitivo, pudiendo incluso abarcar más de un rol (por ejemplo, en un juego de cartas, repartir y jugar, y no sólo repartir para que los demás jueguen).*
- *Cada grupo jugará el juego hasta terminar. El docente recorrerá la clase aclarando las dudas que pudieran aparecer respecto de las reglas del juego. Aquí conviene destacar que el juego y los grupos deben estar armados de modo que sea posible hacer un cierre en común.*
- *Luego se planteará un momento de reflexión sobre el desarrollo del juego: qué estrategias utilizó cada uno, si todos jugaron de la misma manera, si se detectó alguna estrategia más eficiente que otras dentro de las utilizadas, etc. Incluso es posible plantear aquí, según la intencionalidad original del docente, algunas preguntas que lleven a los alumnos a reflexionar sobre el contenido particular que se ha querido trabajar con el juego planteado.*
- *Esta última discusión deberá tener un cierre en el que el docente destaque sintéticamente los contenidos trabajados. Esta última etapa de cierre está íntimamente ligada a la intencionalidad didáctica de la actividad planteada, a los contenidos que se han querido trabajar y al alcance logrado por la producción de los diferentes grupos respecto de este contenido. El cierre permite al docente presentar las denominaciones, representaciones y relaciones con otros conocimientos considerados válidos en matemática, de los conocimientos utilizados durante el juego. A su vez, permite que los alumnos tomen conciencia de que han logrado un nuevo aprendizaje y reconozcan en forma explícita las relaciones de lo nuevo con lo conocido.* (Agrasar, Chara y Chemello, 2001, pp. 5-6)

Es importante señalar que los juegos han de ser jugados más de una vez. En una primera partida dan lugar a que el docente diagnostique los conocimientos iniciales de los alumnos, al tiempo que éstos ensayan unas primeras estrategias. Al discutir sobre lo realizado podrán construir nuevos conocimientos, y al volver a jugar podrán probar nuevas estrategias.

Después de jugar y reflexionar sobre lo realizado tantas veces como el docente crea necesario, es interesante presentar a los alumnos algunos problemas en el mismo contexto de juego, que denominamos de evocación o de juego simulado. En ellos se podrán describir y/o comparar posibles jugadas para decidir qué hacer, analizar su posibilidad y determinar su validez.

Esto permite trabajar desde la explicitación de los haceres y de los conocimientos involucrados. Además da lugar a que los alumnos vuelvan a utilizar las estrategias desplegadas durante el juego y las conclusiones a las que se arribó de manera colectiva. Por ejemplo, es posible anotar una regla que se descubrió para volver a utilizar, un conjunto de cálculos para memorizar, unas propiedades ligadas a una figura que permitirán identificarla.

Asimismo, convendrá luego proponer actividades fuera del contexto del juego, y referidas a los mismos conocimientos, para que los alumnos puedan volver a pensar en las relaciones establecidas entre ellos, como objetos matemáticos. Por ejemplo, si se trató de un juego en el que se sumaban puntajes de dados donde los números refieren a cantidades, la actividad fuera de contexto podría ser completar cálculos donde los números son considerados como tales.

Así, la actividad de juego y las dos mencionadas para después de jugar constituyen una mini-secuencia para el tratamiento del mismo contenido dando más oportunidades a los alumnos de apropiarse de él pues, en las actividades para después de jugar, los niños reinvierten los nuevos conocimientos y se familiarizan con ellos. Algunos ejemplos posibles de estas secuencias se presentan en las propuestas asociadas a los juegos "La pulga y las trampas" y "El gato".

Por otro lado, es posible asignar tareas relacionadas con los juegos para que los niños desarrollen en forma individual fuera del horario escolar.

> *Si se proponen juegos como tareas para la casa –lo que permite incorporar a la familia– es posible que el docente retome el trabajo desde la reflexión. Esto puede permitir la aparición de estrategias elaboradas por otros integrantes de las familias y poner a los alumnos en situación de describir y defender o rechazar estrategias que no son propias. Por otra parte, estas propuestas dan ocasión a la familia de participar en el proceso de aprendizaje de los niños, en un apoyo articulado con la tarea del maestro.* (Agrasar, Chara y Chemello, 2001, p. 6)

Distintos propósitos al usar los juegos en el aula.

Se ha señalado que es posible implementar los juegos en la clase de Matemática como problemas, es decir, atendiendo a que, en cada jugada, se genere un desafío al elegir una estrategia. Esta elección implicará para el jugador recurrir a ciertos conocimientos matemáticos en forma implícita. Si la estrategia resulta ganadora, la sostendrá en otras partidas; pero, si no es así, intentará cambiarla poniendo en juego otros conocimientos matemáticos. Identificar los conocimientos implícitos en las estrategias, analizar si cambian o no y luego dar lugar a su explicitación y reconocer las relaciones de los conocimientos nuevos y los anteriores para seguir trabajando sobre ellos, son tareas fundamentales del maestro al usar el juego como recurso de enseñanza.

Es posible incluir juegos en la enseñanza con distintos propósitos:

- Para evaluar, tanto al iniciar una secuencia de enseñanza, haciendo un diagnóstico de los conocimientos que cada niño puede utilizar al jugar, como luego de realizar un conjunto de actividades para identificar los avances.

- Para dar lugar a que se construyan nuevos conocimientos, a la exploración/elaboración de estrategias, anticipando las preguntas que se podrían formular para explicitar los conocimientos utilizados y reflexionar sobre ellos a fin de hacer avanzar las estrategias luego de jugar varias veces.

- Para dar la oportunidad de reinvertir conocimientos trabajados en otros problemas anteriores, proponiendo profundizar algún aspecto y planificando actividades para después de jugar.

- Para fortalecer aprendizajes en instancias de familiarización, dentro o fuera de la escuela, volviendo a usar los conocidos con más seguridad o más rápidamente.

Los juegos como parte de secuencias con unidad de sentido.

Para que, además de involucrar a todos los alumnos como protagonistas, el juego sea un recurso efectivo, es necesario que esté incluido en una secuencia de enseñanza más amplia, articulado con otras actividades que involucran contenidos del mismo campo en otras tareas; y modificando contextos y representaciones; y atendiendo a las conclusiones que se obtienen en cada actividad y a cómo se relacionan con las de la/s siguiente/s.

Asimismo, habrá que identificar los propósitos de cada problema para diferentes tramos de la secuencia: diagnóstico, exploración, elaboración, reinversión, familiarización, sistematización y evaluación.

Algunos juegos, especialmente aquellos que contribuyen a la memorización del repertorio de cálculo, pueden utilizarse a lo largo del año como actividades complementarias que algunos niños desarrollan mientras sus compañeros hacen otras tareas. También es posible mantener un momento/espacio de juego que se organiza periódicamente y en el que cada uno elige a qué jugar y fortalece lo que necesita.

Es importante aclarar que la posibilidad de abordar un mismo contenido y compartir una puesta en común, no implica que todos los alumnos estén otorgando el mismo significado a las palabras que se utilizan.

Por otra parte, **los distintos grados de conocimiento sobre un mismo contenido resultan evidentes en el caso del plurigrado, pero esto no significa que esta situación sea exclusiva de este tipo de aulas. Cuando desarrollamos un contenido en clase cada niño lo hace propio de manera diferente, aun cuando se trate de un grupo de alumnos de un mismo año.**

Si bien estas diferencias son muy importantes en el caso de tener grados agrupados, no es posible pensar que exista un "grupo homogéneo". En este sentido, resulta adecuada la idea de Mario Lodi que expresa: "En una escuela no competitiva y no transmisiva sólo existen los resultados obtenidos estimulando todas las potencialidades de los niños, no existen fracasos porque dado que no hay limitaciones a las experiencias, tampoco hay objetivos prefijados iguales para todos los niños. No creo que un campesino hable de 'fracaso' si los árboles no ofrecen fruta madura todos el mismo día."

Propuestas para el plurigrado

Entre las múltiples formas posibles de organizar la enseñanza se han seleccionado propuestas que se inician con un juego para luego avanzar con actividades diferenciadas y con distintos propósitos.

En las propuestas que se presentan se busca que los alumnos puedan realizar afirmaciones o hacer preguntas sobre las nociones en estudio, explorando en qué casos son válidas. También se espera que puedan explicitar los conocimientos matemáticos nuevos estableciendo relaciones con otros ya conocidos. Así, es posible formar estudiantes autónomos, que puedan desplegar prácticas matemáticas diversas y adecuadas a distintas situaciones. Esto supone, además de poder resolver problemas nuevos, tener control sobre los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos y emplear los modos de hacer, comunicar y pensar propios de la disciplina.

Cada propuesta parte de un juego como actividad inicial y consta de:

- Un juego que podrá hacerse en una o varias versiones dependiendo de los conocimientos de los integrantes del grupo y de quiénes juegan con qué reglas.
- Actividades específicas para cada ciclo/grado/grupo/niño para después de jugar y que permiten identificar el contenido involucrado.
- Actividad de cierre, con todo el grupo o por ciclo, en la que se retoma la pregunta-desafío de la actividad inicial y se ponen en común las conclusiones de las actividades o se comunican los aprendizajes realizados.
- Actividades específicas para cada ciclo/grado/grupo/niño que profundizan el tema en estudio.

Antes del juego es conveniente organizar una conversación o actividad inicial para todo el grupo que permita tomar contacto con algún desafío-pregunta relativo al tema, a modo de presentación. Esta actividad dará lugar a que se presente el juego. Pero es muy importante señalar que no se trata de "repasar" el contenido involucrado, ni de anticipar estrategias, ya que de otro modo se pierde todo el potencial para recuperar los saberes genuinos de los niños y dar lugar a que se involucren libremente, sin frustrarse porque "no saben" qué o cómo hacer.

Como guía para la organización de los grupos, se utilizan tres referencias básicas de color:

Para los más chicos, entre 1ro y 3er grado.
Para los que recién se inician con el tema de enseñanza, aunque sean más grandes.

Para los que están iniciando el segundo ciclo.
Para los que ya conocen algo del tema, pero tienen alguna dificultad. Para los que necesitan fortalecer sus conocimientos antes de avanzar.

Para los alumnos que están avanzando en el segundo ciclo.
Para los que pueden profundizar.

Estas referencias por color no deben interpretarse como niveles sucesivos, sino como alternativas flexibles, ya que lo que es fácil para un alumno es difícil para otro y sólo el maestro puede determinar qué actividad resulta adecuada para cada uno. Un alumno que para una actividad está en el grupo anaranjado podría trabajar luego en el grupo rojo o viceversa, en función de sus conocimientos.

En algunos casos, para el mismo color, también se ofrecen alternativas, ya que es posible que en un primer momento todo el grupo trabaje con una misma consigna y luego se organicen subgrupos.

Cabe señalar que, si bien los juegos resultan fértiles para abordar distintas nociones, es importante evaluar cómo se involucran los alumnos con el desafío para decidir cuándo dar por finalizado el uso del recurso. Los juegos brindan un excelente punto de partida y permiten evaluar cómo se utilizan conocimientos previos en una situación nueva, pero los alumnos también pueden perder interés si el desafío no es el adecuado o si se mantiene, aún con variantes, durante varios días. El desafío está en encontrar el equilibrio y jugar las veces que sean necesarias para que surjan estrategias ganadoras, sin agotar el recurso.

En las propuestas que se desarrollan se toman tanto contenidos de orden numérico ligados al cálculo como contenidos relacionados con las propiedades de las figuras geométricas. Algunas podrían realizarse en una clase o dos, y otras constituyen secuencias cortas para varios días de trabajo.

Muchas actividades son adaptaciones de las que se incluyen en la colección Cuadernos para el Aula (ME, 2007) y en Notas para la Enseñanza 1 y 2 (ME, 2012-2014), donde se pueden encontrar más juegos y actividades sobre éstos temas y otros.

En todos los casos, las propuestas de consignas e intervenciones docentes que se incluyen son a modo de ejemplo y no deben interpretarse como un guion a seguir. En particular, para el caso de las puestas en común es importante destacar que "lo que se pone en común" depende de lo que el maestro considera propicio para intercambiar y debatir, a partir de las afirmaciones realizadas espontáneamente por los alumnos durante el desarrollo de las actividades. Se trata de comparar, analizar y sistematizar aquello sobre lo que se trabajó. Si lo que anticipaba el docente no aparece, se registra lo que los alumnos han podido realizar y se diseñan nuevas actividades que amplíen el trabajo según el propósito que lo orienta.

El más cerca gana

Este juego da lugar a realizar sumas y restas de números de distintos tipos (naturales o decimales) y diferente rango (por ejemplo, naturales con distinta cantidad de cifras), y a pensar los números involucrados en los cálculos mediante composiciones y descomposiciones aditivas.

Materiales

Cada grupo necesita un mazo de cartas según la versión del juego que se vaya a implementar.

Reglas

Se juega en grupos de 4. Por turnos, hay un jugador que tiene el mazo y reparte las cartas. Se mezclan todas las cartas y se reparte una carta para cada jugador. Luego cada jugador va pidiendo, de a una, tantas cartas como quiera para tratar de aproximarse lo más posible a un número que el docente elige.

Cada jugador decide cuándo le conviene "plantarse" y no seguir pidiendo cartas, para no pasarse del valor indicado. Al finalizar la ronda cada uno muestra sus cartas y se anota un punto al jugador que más se acerque al número indicado. Después se vuelven a mezclar las cartas y se juegan 4 o 5 rondas más. Gana el jugador que junta más puntos.

Con estas reglas, además de calcular el resultado de las sumas, cada niño debe ir calculando la distancia entre el número al que hay que llegar y la suma de las cartas que tiene, es decir, "cuánto le falta".

Variantes en las reglas

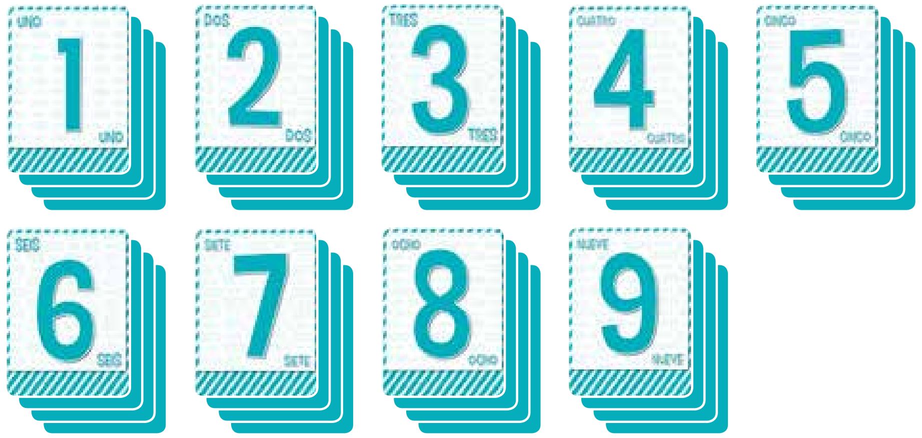
Si el "pedido de cartas" resulta difícil para los más chicos, se puede trabajar el mismo contenido con un formato similar a "La escoba del 15". Por ejemplo, "Escoba del 100" si se juega con cartas que tienen números de dos cifras, o "Escoba del 10" si son cartas con dígitos, o "Escoba del 5,5" si las cartas son con números decimales menores que 5,5.

En el juego de la "Escoba" se reparten 3 cartas por jugador y se ponen 4 cartas boca arriba sobre la mesa. A su turno, cada jugador puede levantar de la mesa una carta si, junto a alguna de las que tiene en la mano, suma el número indicado. En ese caso, guarda esas cartas en un pozo y vuelve a levantar una carta del mazo (para quedar nuevamente con 3 en la mano). Se juegan las rondas necesarias hasta terminar el mazo y gana el que termina con más cartas en el pozo.

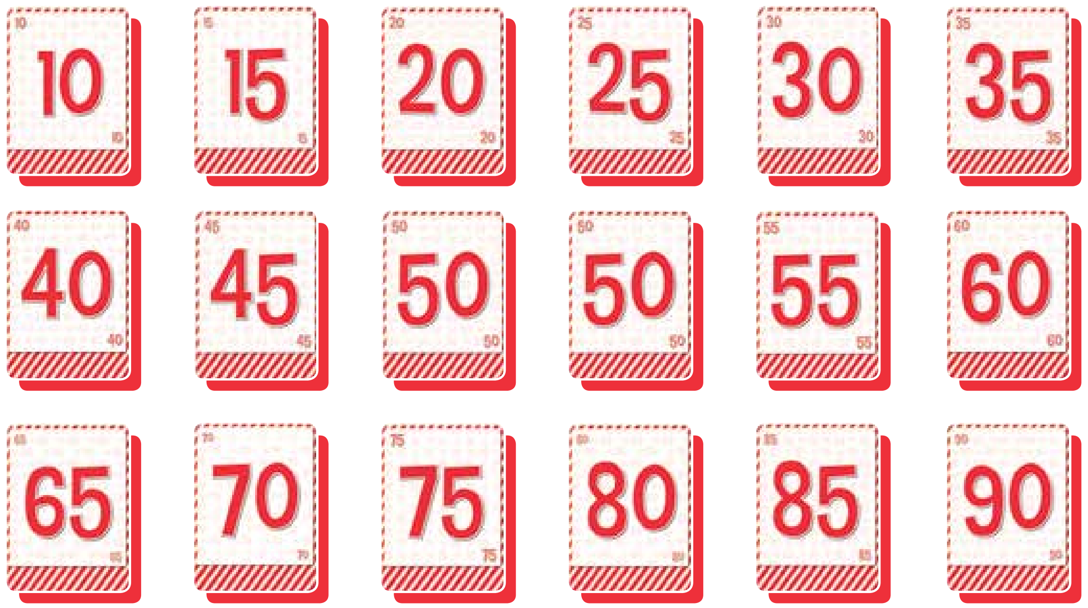
También se puede jugar con formato "Memotest", iniciando con todas las cartas boca abajo sobre la mesa y descubriendo pares: si el par que se descubre suma 10 (o 100; o 5,5 según corresponda) el jugador retiene ese par y gana el jugador que, al finalizar, tiene más número de pares.

Según los números elegidos para las sumas y para el resultado, es posible pensar distintas variantes del juego.

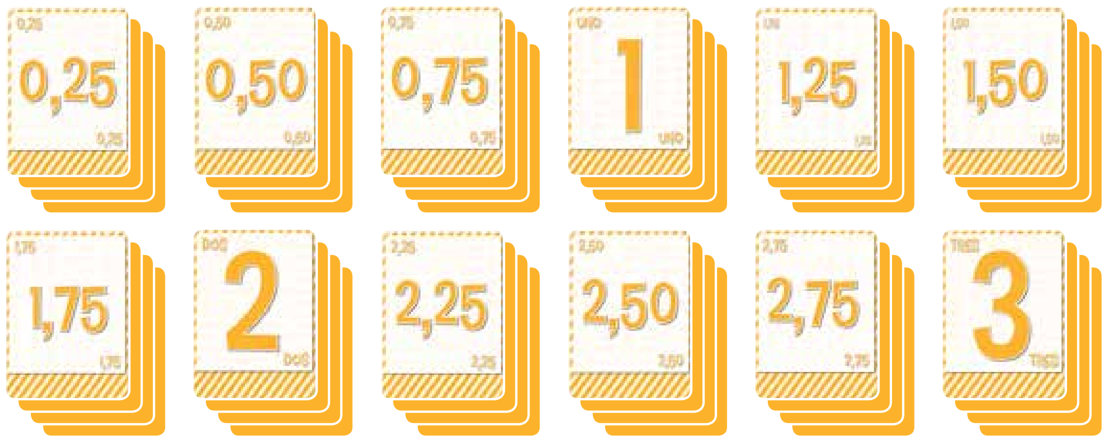
Versión 1. Hay que acercarse a 10
Se usan 36 cartas, 4 de cada uno de los siguientes números.



Versión 2. Hay que acercarse a 100
Se usan 36 cartas, 2 de cada uno de los siguientes números.



Versión 3. Hay que acercarse a 5,5
Se usan 48 cartas de decimales, 4 de cada uno de los siguientes números.



¿Qué conocimientos pueden obtenerse como conclusión del trabajo con estos juegos? ¿Cómo organizar el juego en plurigrado? ¿Cómo avanzar luego de jugar?

Para cada versión es posible obtener un conjunto de cálculos, que se registren y ubiquen en una cartelera, a partir de los cuales se podrán organizar nuevas actividades. A continuación se sugieren dos propuestas para una clase con tres grupos de niños: una para desarrollar el juego y algunas actividades para después de jugar, y otra para descubrir restas equivalentes.

A su vez, cada una de estas propuestas contiene más de una actividad constituyendo una mini-secuencia, pues cambian las tareas, pero conservan una articulación entre sí y una unidad de sentido. En este caso, en torno a un repertorio de sumas y restas equivalentes, es decir, con el mismo resultado. Sin embargo, cabe aclarar que conviene intercalar otras actividades sobre los mismos cálculos, por una parte, para fortalecer los avances de cada grupo o cada niño y por otra parte, considerando los distintos propósitos que pueden tener en la secuencia.

Propuesta 1 Producir e identificar resultados y usarlos para resolver

Organización de la clase
Las reglas se pueden presentar al grupo total, anticipando que jugarán con distintas cartas, o se pueden armar los grupos desde el comienzo dando a los más grandes las reglas por escrito, mientras se juega una ronda con los más chicos. Si bien es cierto que puede ocurrir que no les baste con leer las reglas, es importante que esta tarea se proponga ya que es frecuente que la maestra tenga que coordinar el trabajo con los más pequeños.

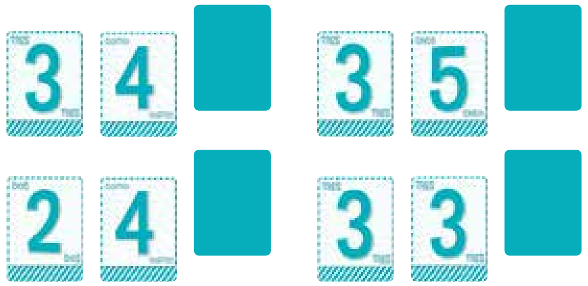
Después de jugar
Luego de jugar varias rondas se puede pedir que cada uno muestre a los demás una combinación de cartas que haya estado cerca del número buscado. Si bien no se espera que los más chicos puedan controlar los resultados o seguir las explicaciones, participar del intercambio permite que se familiaricen con la existencia de otros números. Es posible hacer una puesta en común con los grupos amarillo y anaranjado y dejar que los alumnos del grupo rojo trabajen de modo más autónomo preparando unas fichas con las preguntas para después de jugar.

En pequeños grupos

Grupo	Propósito	Preguntas para después de jugar
Amarillo	Reconocer sumas que dan 10.	a) Carla tenía un 5 y un 2, pidió una carta y llegó a 10, ¿qué carta le tocó? b) Nahuel tenía las mismas cartas, pidió otra y se pasó, ¿podemos saber qué carta le tocó?
Naranja	Sumar decenas enteras y números terminados en 5 y reconocer sumas que dan 100.	a) Sergio tiene 10 y 20, dice que seguro tiene que pedir más de 2 cartas para sumar 100, ¿piensan que tiene razón? b) ¿Cómo se puede formar 100 con 4 cartas distintas? ¿Se puede formar con 4 cartas iguales del mazo? ¿Y si fueran cartas con otros números?
Rojo	Sumar decimales que expresen mitades, cuartos y tres cuartas partes del entero.	a) Juli tiene 0,75; 2,25; 1,50 y 1,25. Carla tiene 0,50; 2,50; 0,50 y 0,25. ¿Le conviene a Juli pedir una carta más? ¿Y a Carla? ¿Podría ganar Carla? b) ¿Se puede llegar justo a 5,50 con 3 cartas? ¿Y con 2?

En los cuadernos

a) Agregá una carta para sumar 10.



b) Completá para que sume 10.

4 + … =

5 + …=

6 + … =

a) Escribí sumas que den 100,
con números terminados en 0.

30 + … + … = 100 … + 60 = 100

40 + … + … = 100 … + 70 = 100

50 + … + … = 100 … + 80 = 100

b) Escribí sumas que den 100.

25 + … + … = 100 … + 65 = 100

45 + … + … = 100 … + 55 = 100

85 + … + … = 100 … + 75 = 100

c) ¿Cómo se puede formar 100 sumando números iguales terminados en 0? ¿Y 200? ¿Y 300?

d) ¿Cómo se puede formar 100 sumando números iguales terminados en 5? ¿Y 200? ¿Y 300?

a) Completá las sumas para obtener 5,50.

1,50 + …+ … = 5,50

2,75 + … + … = 5,50

2,50 + … + …= 5,50

b) Ordená para que resulte más fácil hacer la suma.

0,75 + 2,25 + 1,50 + 1,25 =

0,50 + 0,75 + 1,50 + 0,25 =

2,75 + 1,25 + 1,75 + 1,50 + 0,25 =

Antes de volver a jugar se puede pedir que cada uno en su grupo escriba cuatro o cinco sumas que ya sabe de memoria. También se puede hacer un cartel con estas sumas.

Hasta aquí las preguntas que se han planteado focalizan en las sumas que dan un cierto valor. Pero al jugar, además de intentar llegar a ese número, habrá que determinar quién llega más cerca, lo que da lugar a realizar distintas comparaciones. Si bien se podrían resolver restando, esto no es estrictamente necesario por el tipo de números involucrados, que permiten comparar por descomposición.

En pequeños grupos

Grupo	Propósito	Preguntas para después de jugar
Amarillo	Comparar números en relación con el 10.	a) Carla tenía un 7, pidió una carta y sacó 2. Nahuel también tenía 7 y sacó 4. Carla dice que ganó, ¿tiene razón? b) Sole tiene 3 cartas 3, 4 y 2. Lucas tiene 5, 2 y 1. ¿Quién ganó?
Naranja	Comparar y descomponer números terminados en cero.	a) ¿Quién llegó más cerca? Sergio tiene 5, 20, 35, 50. Lucas tiene 20, 40, 60. b) ¿Es cierto que 80 + 30 es más que 70 + 40? ¿Y que 90 + 20?
Rojo	Sumar y restar decimales terminados en 0 y 5.	¿Quién llegó más cerca? • 1,75 - 0,50 - 2,25 - 0,25. • 2,50 - 1,25 - 0,75 - 1,50. • 2,25 - 1,25 - 0,50 - 1,75.

El análisis de los procedimientos permitirá poner de relieve que se pueden usar distintos caminos:

7 + 2 = 9 y 7 + 4 = 11 → a 9 le falta 1 para llegar a 10, pero 11 es 1 más que 10, así que es empate

10 - 9 = 1 vs. 11 - 10 = 1

3 + 4 + 2 = 9 y 5 + 2 + 1 = 8 → a 9 le falta 1 para llegar a 10 y a 8 le faltan 2, así que gana el 9

10 - 9 = 1 vs. 10 - 8= 2

5 + 20 + 35 + 50 = 110 y 20 + 40 + 60 =120 → gana el 110 porque está más cerca

Como los dos tienen 20 y 35 + 5 es 40, Lucas tiene 10 más porque tiene 60 y Sergio 50. Para comparar 80 + 30, 70 + 40 y 90 + 20, se puede sumar o advertir que uno de los sumandos tiene 10 menos pero otro 10 más. Para los decimales se puede sumar haciendo distintos agrupamientos y restar o comparar haciendo descomposiciones:

1,75 + 0,50 + 2,25 + 0,25
2,50
3
4,75

2,50 + 1,25 + 0,75 + 1,50
2
4
2 + 4 = 6

2,25 + 1,25 + 0,50 + 1,75
2,75 3
5,75

Para hacer la diferencia entre 5,50 y 4,75 se puede pensar 4,75 como 4,50 + 0,25.

No es posible afirmar que una forma de calcular sea más fácil que otra, ya que la elección de la estrategia depende de cuáles son los resultados que se conocen de memoria, y que son los que orientan acerca de cómo descomponer. Si no hay resultados memorizados, no hay diferencia entre descomponer de una forma u otra. En efecto, pedir a los alumnos que descompongan, sin que ellos identifiquen en qué resultados podrían apoyarse resulta tan arbitrario como usar un algoritmo u otro.

Propuesta 2 Descubrir restas equivalentes

Para avanzar es posible plantear nuevas preguntas, esta vez orientadas a descubrir una nueva propiedad:

Amarillo	a) Carla tiene un 5 y Nahuel tiene 8, ¿cuál es la diferencia entre sus cartas? Cada uno saca 2, ¿cuánto suman las cartas de Carla? ¿Y las de Nahuel? ¿Cuál es la diferencia ahora? Si en lugar de sacar 2 sacan 3, ¿cuánto suman las cartas? ¿Cuál es la diferencia? b) Completar 10 – … = 6 11 - …= 6 12 - … = 6
Naranja	a) ¿Quién tiene más puntos sumando sus cartas? ¿Cuánto más? Sergio tiene 15, 30, 5, 45 y Lucas tiene 20, 40, 55. Si ahora cada uno suma 5, ¿quién tiene más puntos? ¿Cuánto más? b) ¿Es cierto que 80 - 30 es más que 90 - 40? ¿Y que 70 - 20?
Rojo	a) ¿Cuál de estas sumas tiene un resultado mayor? ¿Cuánto más? A: 2,75 + 1,25 + 2,50 B: 1,75 + 2,75 + 0,75 b) ¿Cómo se modifican los resultados de A y B si se agrega 1,50 a cada suma? ¿De cuánto es la diferencia entre los resultados ahora? c) ¿Cambia la diferencia si se suma 0,25 más a A y a B? ¿Y si se resta 0,75? d) Ana dice que en lugar de calcular 4,25 – 2,75 conviene restar 4,50 – 3 que es más fácil y da el mismo resultado. ¿Estás de acuerdo con lo que dice?

En la puesta en común, que se puede hacer para todos o sólo con los más grandes, es posible dedicar un primer momento a analizar distintas maneras de calcular la diferencia entre dos números: se puede agregar al menor para llegar al mayor o restar el menor al mayor. Si se escribe como un cálculo, se ve de la siguiente forma:

5 + … = 8	8 - 5 = …
95 + … = 115	115 - 95 = …
5,25 + … =6,50	6,50 - 5,25 = …

Luego será necesario explicitar que si se suma (o resta) el mismo número al minuendo y al sustraendo la diferencia se mantiene. Esto también puede escribirse de otro modo:

$$\begin{array}{r} 115 \\ -\ 95... \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{c} +5 \\ +5 \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} 120 \\ -\ 100 \\ \hline 20 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 115 \\ -\ 95... \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{c} -15 \\ -15 \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ -\ 80 \\ \hline 20 \end{array}$$

En este caso el uso de la propiedad puede no parecer muy ventajoso ya que las cuentas son sencillas. El trabajo previo con sumas y descomposiciones permite que los cálculos se realicen sin dificultad y se pueda descubrir la propiedad. Sin embargo, el uso de restas equivalentes es una herramienta interesante para transformar cuentas difíciles, en otras más fáciles y que sabemos que darán el mismo resultado.

Un ejemplo con números “grandes” puede ser:

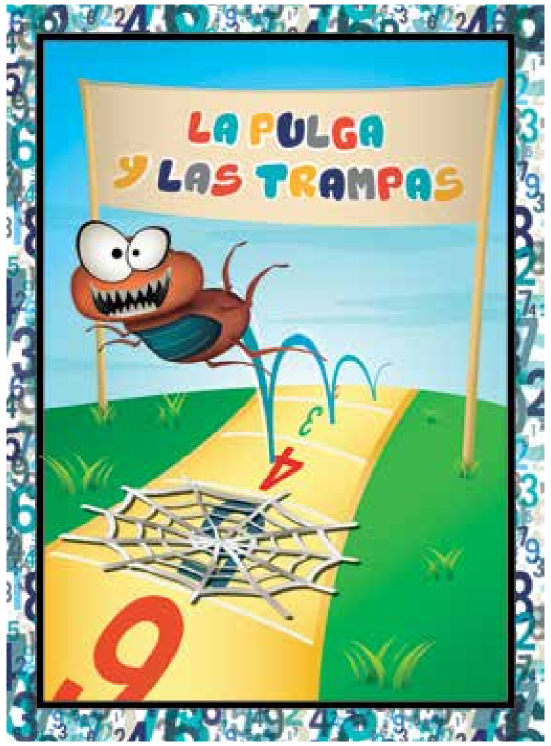
$$\begin{array}{r} 4326 \\ 2748 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4328 \\ 2750 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} +50 \\ +50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4378 \\ 2800 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} +200 \\ +200 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4578 \\ 3000 \\ \hline 1578 \end{array}$$

El procedimiento que se presenta a continuación resulta más largo, pero es claramente más sencillo y permite un mejor control del resultado. Además, puede ir acortándose progresivamente al calcular mentalmente cuánto hay que sumar al sustraendo para convertirlo en un número terminado en ceros. Se comenzará con números de una, dos o tres cifras, con un nivel de dificultad adecuado a sus conocimientos.

$$\begin{array}{r} 9 \\ -\ 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} +1 \\ +1 \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ -\ 8 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ -\ 10 \\ \hline 2 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 32 \\ -\ 17 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} +3 \\ +3 \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ -\ 20 \\ \hline 15 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 416 \\ -\ 230 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} +70 \\ +70 \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} 486 \\ -\ 300 \\ \hline 186 \end{array}$$

Hasta aquí hemos planteado una serie de actividades, a modo de ejemplo, para favorecer la memorización de algunos resultados que son útiles para calcular otros (5 + 5; 20 + 80; 25 + 25 + 25 + 25; 0,50 + 0,50; 0,25 + 0,75; etc.). También vimos cómo transformar restas “con dificultad” en restas “sin dificultad”. Sin embargo, no bastan una o dos actividades para afianzar estos conocimientos y será necesario volver sobre ellos, con otros juegos y actividades en contexto intra matemático, para tenerlos disponibles y poder usarlos al resolver nuevos cálculos.

La pulga y las trampas



En este juego los alumnos necesitan descubrir números que estén contenidos en varias escalas o tablas a la vez, es decir los múltiplos comunes a varios números. De este modo y, considerando distintas versiones, es posible abordar una red de nociones del campo multiplicativo: escalas, tablas, descomposición en factores, múltiplos, múltiplos comunes y, consecuentemente, divisores, números primos y compuestos, y criterios de divisibilidad.

Materiales

Para cada grupo: una tira con números, una bolsa con aproximadamente 20 chapitas/tapitas/semillas.
Para cada equipo: una piedrita con la que pondrán la trampa.
La tira puede hacerse en papel de aproximadamente un metro de largo por cinco centímetros de ancho. También puede dibujarse con tiza.

Reglas

En cada grupo se elige a uno de los niños del equipo, que será quien coloque la piedrita en cualquier número de la tira, después del cero. Esa es la trampa. Los demás toman una chapita, ven dónde está la trampa y deciden si su chapita recorrerá la tira saltando de dos en dos o de tres en tres. En su turno cada jugador coloca la chapita en el cero y la hace avanzar con los saltos del tamaño que haya elegido. Si logra atravesar toda la tira sin caer en la trampa se queda con su chapita, de lo contrario se queda con ella el niño que puso la trampa. Una vez que todos hicieron avanzar su chapita, le toca a otro niño colocar la trampa. El juego termina cuando todos tuvieron oportunidad de colocar la trampa dos veces. Gana el niño que se quedó con más chapitas.

Versiones

Para generar las versiones se pueden modificar los números en la tira, la cantidad de trampas que se ponen y los distintos saltos que se pueden dar.

Versión	Tira	Trampas	Saltos
1	0 al 20	2	2 o 3
2	0 al 30	2	2 hasta 5
3	0 al 40	3	2 hasta 7
4	0 al 50	4	2 hasta 9

Cabe señalar que para poder plantear este juego en el aula es necesario que los niños, aún los más pequeños, hayan tenido antes algún contacto con escalas. De otro modo, es muy probable que el juego no pueda evolucionar y se limite a avanzar contando el avance de uno en uno.

Propuesta 1 Descubrir relaciones entre escalas

Organización de la clase

Para empezar, todos juegan a la versión 1 para familiarizarse con el juego. Luego, se separan en grupos.

Grupo	Versión	Propósito	Preguntas para después de jugar
Amarillo A	1	Contar de 2 en 2, de 3 en 3. Reconocer qué números están en la escala del 2 y del 3.	Una pulga saltaba de a 2 (3) y estaba en el … 8 (9) ¿por qué números pasó después si no cayó en la trampa? Id. variando los números en los que se inicia la escala.
Amarillo B	1 con 1 trampa	Fortalecer el repertorio de productos por 2 y por 3.	Una pulga saltaba de a 2 (3), dio 4 saltos y cayó en la trampa. ¿En qué número estaba la trampa? Id. variando la cantidad de saltos.
Naranja	1 con tira hasta 30 y 1 trampa	Reconocer números que están en la tabla del 2 y en la del 3.	Un trampero dice que puso su trampa en el 15 y que seguro atrapa a cualquier pulga, ¿tiene razón? Id. variando el número. Si un trampero atrapó a dos pulgas que saltaban a la vez, una de a 2 y otra de a 3 y la trampa estaba entre el 23 y el 30, ¿podemos saber dónde la puso?

Después de jugar

Al finalizar varias rondas se comenta entre todos cuáles fueron buenas trampas y cuáles no.

Después se pueden hacer distintas preguntas, indicando de qué grupo debe ser el alumno que responda, aunque todos escuchan. También se pueden escribir las preguntas en tarjetas, colocarlas en una caja y sacar de a una al azar para ver quién la puede responder, dando siempre la oportunidad primero a los más chicos.

En la puesta en común:

Los alumnos del Grupo A pueden escribir una lista con los números por los que pasa la pulga cuando salta de a 2 y otra lista con los números por los que pasa cuando salta de a 3. Los alumnos del Grupo B pueden decir por qué al trampero le convienen unos números y no otros, y señalar los comunes.

Los del Grupo naranja pueden registrar las conclusiones escribiendo, por ejemplo: los números 6, 12, 18 están en la tabla del 2 y en la tabla del 3. Incluso se podría agregar que esos números también están en la tabla del 6.

En los cuadernos:

Cada uno realiza algún registro o actividad sencilla como, por ejemplo:

A

Completá avanzando de 2 en 2.

2 __ __ __ __ 10 __ __ __ __

B

Escribí cuatro multiplicaciones por 2 que ya sé de memoria.

Escribí cuatro multiplicaciones por 3 que ya sé de memoria.

Si seguimos la tabla del 2 hasta 30, ¿qué números hay que agregar?

¿Cuáles de esos números están en la tabla de 3?

Si seguimos las tablas del 2 y del 3 hasta el 40, ¿qué números están en las dos?

Propuesta 2 Identificar múltiplos, divisores y múltiplos comunes

Organización de la clase
En este caso se plantean alternativas que no incluyen a los más pequeños. Sin embargo, conviene que todos jueguen primero a la versión 1 para familiarizarse con el juego y luego se separen en grupos.

Grupo	Versión	Propósito	Preguntas para después de jugar
Naranja	1 tira hasta 60 con 1 trampa	Relacionar productos x2; x3; x6	¿Todos los números terminados en 0 son buenos lugares para la trampa? ¿Y todos los pares? ¿Qué números pares son buenas trampas?
Rojo A	2	Identificar múltiplos comunes a distintos números.	¿Es cierto que, con una trampa en el 15 y otra en el 16 seguro gana el trampero? Id. 20 y 24, 15 y 24, etc. Si Sergio ya puso una trampa en el 12, ¿dónde puede poner la otra para ganar? Id. 25, 27, etc. Una trampa estaba en el 25 y otra en el 18, una pulga se salvó, ¿qué saltos daba?
Rojo B	3	Calcular múltiplos comunes distintos números.	Si Patri ya puso una trampa en el 28, ¿dónde puede poner las otras para ganar? Id. 36, 27, etc. ¿Se puede ganar solo con 2 trampas? ¿Y con una? ¿De qué largo tiene que ser la tira en cada versión para poder ganar con una sola trampa?

En la puesta en común:

Se pueden explicitar las nociones de múltiplo (divisor) y de múltiplo común.

La explicitación podría tomar distintas formas. Por ejemplo:

Los **múltiplos** de un número son:
- todos los de su escala, o
- todos los de su tabla, o
- todos los que se obtienen al multiplicarlo por cualquier número natural.

Por ejemplo: 12 es múltiplo de 2, de 3, de 4, de 6 porque 2 × 6 = 12; 3 × 4 = 12

Los **divisores** de un número son:
- todos los que lo dividen exactamente
- todos los que, al dividirlo, dan resto cero.

Por ejemplo: 5 es divisor de 15 porque 15 : 5 = 3 y esa división tiene resto 0.

Si bien es cierto que todo número es múltiplo y divisor de sí mismo y de 1, tal vez no sea oportuno plantear esa cuestión en este momento, al menos no para toda la clase. Si se lo considera adecuado, es posible analizar ese caso con los alumnos más avanzados.

En los cuadernos

Escribí los números que están en la tabla del 3 y no en la del 6.

Decidí, sin hacer la cuenta, si estas divisiones dan justo o no:

30 : 6; 40 : 6; 50 : 6; 90 : 6

A

Marcá con rojo los números que son a la vez múltiplos de 4 y de 3 y, con azul, los que son múltiplos de 2 y de 5:

10-12-14-16-18-20-22-24-26-28-30-32-34-36

¿Qué número habría que agregar a la serie para marcarlo con los dos colores?

B

Escribí dos números que sean:

- múltiplos de 4 y de 6
- múltiplos de 6 y de 5
- múltiplos de 2, 3 y 5

¿Es cierto que si se multiplica 60 × 80 el resultado es múltiplo de 3 y de 4?

En un momento posterior –dependiendo de los conocimientos del grupo de alumnos– también es posible realizar algunas descomposiciones en factores para justificar por qué un número es múltiplo de otros.

Por ejemplo:

Como 48 = 6 × 8 = 3 × 2 × 4 × 2
48 es múltiplo de 6 porque se puede escribir como 6 × 8
Como 6 × 8 = 3 × 2 × 4 × 2
48 es múltiplo de 4 porque se puede escribir como 4 × 12
48 es múltiplo de 3 porque se puede escribir como 3 × 16

Estas descomposiciones van a ser muy útiles para calcular divisiones mentalmente, dado que el resultado de la división por uno de los factores se obtiene de multiplicar los otros:

36 = 6 × 6 = 3 × 2 × 3 × 2
36 : 3 = 2 × 3 × 2 = 12
36 : 4 = 3 × 3 = 9

Fortalecer este trabajo con números pequeños permitirá luego tener disponible una estrategia y un repertorio de cálculos memorizados, muy útiles para las operaciones con números más grandes.

Cuando se trata de procedimientos de cálculo, tenemos que considerar que su elección depende del tipo de números involucrados, y de los conocimientos disponibles sobre el sistema de numeración y las propiedades de las operaciones.

Propuesta 3 Identificar números primos y compuestos

Organización de la clase

Para avanzar, después de jugar a cualquiera de las versiones, es posible cambiar las reglas de modo que ahora se trate de "salvar a la pulga". En este caso, gana el trampero si la pulga no cae en ninguna de las trampas (variable didáctica).

El salto que da la pulga se puede dejar a elección, se puede fijar de antemano o se puede intentar salvar a una "familia de pulgas" donde cada una da un salto distinto.

En la puesta en común:

La reflexión se centrará en las nociones de números pares e impares (para la primera versión) o números primos y compuestos (para alumnos más grandes).

Asimismo, y dado que para salvar a las pulgas los saltos no deben ser "divisores" de los números donde se colocan las trampas, es posible escribir algunas afirmaciones relacionadas con criterios de divisibilidad. Por ejemplo:

- *si la trampa está en un número par, caen las pulgas que saltan de a 2.*
- *si la trampa está en un número que termina en cero, caen las pulgas que saltan de a 2 y de a 5.*
- *si la trampa está en un número que está en la tabla del 6, seguro caen las pulgas que saltan de a 2 y de a 3.*

En un primer momento, las afirmaciones pueden hacerse en el contexto del juego, esto es, refiriéndose a las pulgas y las trampas, para luego pasar a hablar de números, múltiplos, divisores. Por ejemplo: si un número es múltiplo de 6, entonces es múltiplo de 3 y de 2.

Si recuperamos las versiones del juego y los contenidos que se pueden abordar en cada una de estas propuestas, podemos observar que nos permiten vincular la multiplicación y la división a través de las relaciones de múltiplo y divisor.

Para avanzar es posible, entonces, investigar estas relaciones para el caso de los alumnos del segundo ciclo.

Propuesta 4 Dividir y estudiar la división

En los cuadernos

Para los más chicos, se podría pensar en un trabajo diferente, ligado a la exploración de repartos en contexto extra-matemático para determinar si sobra, o no sobra, cuando se realizan repartos equitativos. Por ejemplo:

Para el taller de arte juntamos 15 pinceles. Tenemos que acomodarlos en 3 latas de modo que en cada una haya la misma cantidad de pinceles ¿Cuántos pondremos en cada lata?

Si tenemos 5 latas, ¿cuántos pinceles podemos poner en cada una?

Variar las situaciones y los números permitirá identificar repartos en los que sobra y en los que no sobra, lo que tendría que explicitarse si se ponen en común las producciones realizadas en los cuadernos.

En este caso, no se trata de que los niños usen la división ya que también podrían dibujar o usar palitos y, dependiendo de los números que se elijan y de los conocimientos previos de los alumnos, apoyarse en la resta o la multiplicación.

Para los más avanzados se pueden proponer consignas que lleven a la argumentación como, por ejemplo:

Ana dice que si hay 15 pinceles y 2 latas, se pueden repartir pero seguro no queda la misma cantidad en cada lata, ¿tiene razón?

También es posible volver sobre las tablas y explorar si sobra o no cuando se reparten entre 2 cantidades que están en la tabla del 2 o la del 3.

Más adelante se podrá introducir la escritura habitual para la división. Eventualmente, y según con qué contexto se trabaje, se podría discutir si es posible seguir repartiendo lo que sobra.

En el caso de los alumnos que ya conocen la división, y cierto repertorio multiplicativo, es posible avanzar con un estudio intra-matemático sobre divisibilidad.

a) Ya estudiamos que si un número está en la tabla del 6 se puede dividir por 2 y por 3 sin que sobre nada.

Exploren qué pasa con otras tablas:

- Si un número está en la tabla del 8, ¿tiene resto 0 cuando se divide por 2? ¿Y por 3? ¿Y por 4?
- Si un número está en la tabla del 9, ¿tiene resto 0 cuando se divide por 2? ¿Y por 3? ¿Y por 4?
- Si un número está en la tabla del 10, ¿tiene resto 0 cuando se divide por 2? ¿Y por 3? ¿Y por 5?

b) Decidan, sin hacer la cuenta, si estas divisiones dan justo o no:

44 : 4   44 : 2   44 :5   66 : 2   66 : 3   66 : 5   55 : 5   55 : 2

c) Escriban tres números que no estén en las tablas y que se puedan dividir justo por…

2
4
5

Ya estudiamos que hay números que tienen varios divisores, pero ¿cómo se puede saber si un número es divisible por otro sin hacer la cuenta?

a) Escribí diez números que sean divisibles por 2.

¿Qué característica tienen en común?

Escribí dos números que sean de tres o cuatro cifras que tengan esa característica y comprobá con la calculadora si se obtiene resto 0 cuando los dividís por 2.

b) Escribí diez números que sean divisibles por 5.

¿Qué característica tienen en común?

Escribí dos números que sean de tres o cuatro cifras que tengan esa característica y comprobá con la calculadora si se obtiene resto 0 cuando los dividís por 5.

c) ¿Es cierto que para saber si un número es divisible por 2 o por 5 alcanza con mirar cuál es la última cifra?

d) Ana dice que 2, 5 y 10 son divisores de cualquier número terminado en cero. ¿Te parece que tiene razón?

Cabe señalar que cuando presentamos enunciados de problemas vinculados al uso de múltiplos y/o divisores, es importante que tengamos presente que, para resolverlos, hay que utilizar un repertorio multiplicativo importante. Si bien estos problemas contribuyen a memorizar las series de múltiplos, las posibilidades de abordar las nuevas nociones mejoran si los alumnos ya tienen disponible el repertorio multiplicativo que se fue instalando desde años anteriores.

En la puesta en común

Al comparar las distintas producciones será posible explicitar los criterios de divisibilidad por 2, 5 y 10. Aclaremos que la posibilidad de abordar un mismo contenido, y compartir una puesta en común, no implica que todos los alumnos estén otorgando el mismo significado a las palabras que se utilizan. Asimismo, en el caso particular de los criterios de divisibilidad, resulta compleja la justificación de los mismos y, para algunos niños, bastará con una primera aproximación. Entender por qué basta con analizar la última cifra supone poder descomponer el número, saber que, si dos números son divisibles por otro, la suma también lo es, y dominar la definición de múltiplo/divisor. Por ejemplo:

$123576 = 123570 + 6 = 12357 \times 10 + 6 = 12357 \times 5 \times 2 + 6$

123570 se puede escribir como $12357 \times 5 \times 2$, lo que prueba que es divisible por 5 y por 2

6 es divisible por 2, y no por 5,
entonces 123576, que es la suma de 123570 más 6, se puede dividir por 2 pero no por 5.

La justificación del criterio de divisibilidad por 4 es similar ya que se trata de descomponer el número separando sus dos últimas cifras. En esos casos uno de los sumandos termina en 00 y se puede descomponer en un cierto número por 100, que es divisible por 4.

$123576 = 123500 + 76 = 1235 \times 100 + 16 \times 4 = 1235 \times 25 \mathbf{\times 4} + 16 \mathbf{\times 4}$

Entonces, 123576 es divisible por 4 porque se puede descomponer en dos sumandos que son ambos divisibles por 4.

Comprender otros criterios como el del 3 y el 9 resulta muy complejo para esta etapa. Sin embargo, los alumnos más grandes podrían investigar cuáles son y comunicarlos a sus compañeros, a nivel informativo.

Para avanzar con el estudio de la divisibilidad se puede considerar la relación dividendo, divisor, cociente y resto, y qué restos puede tener cada división. Tomar este camino dependerá mucho de los conocimientos que tengan los alumnos sobre las cuentas de dividir y, si fuera necesario, habría que fortalecer las estrategias de cálculo antes de continuar.

También se podría avanzar con la resolución de problemas que involucren repartos o particiones en contexto extra-matemático, anticipando antes de resolver si quedará resto o no.

En todos los casos, los divisores podrán ser de una o dos cifras según los conocimientos de los alumnos y el maestro puede adaptar fácilmente los enunciados cambiando los números.

A continuación se presenta una propuesta para cada una de estas alternativas.

Organización de la clase

Se puede presentar una situación al grupo completo y luego distribuir las preguntas a los subgrupos. Por ejemplo:

En una panadería se preparan bolsitas y bandejas con facturas, alfajores y sandwiches para agilizar las ventas cuando hay muchos compradores. Las medialunas van en bolsas de 12, los sandwiches en bandejas de 10 y para los alfajores hay bolsitas de 4 o bandejas de 6.

Naranja	Rojo
Con 72 alfajores, ¿se pueden hacer bolsitas sin que sobre ninguno? ¿Y bandejas? ¿Podría armar bolsitas y bandejas? ¿Cuántas de cada una? ¿Cuántas bolsas de medialunas se pueden hacer con 200 medialunas? ¿Cuántas bandejas se necesitan para 120 sandwiches? ¿Y para 245?	En una bandeja en la que entran 80 alfajores, el panadero calcula que hay más de 70 alfajores. Si preparan bolsitas de 4 van a sobrar, pero si hacen bolsas de 6 no. ¿Podemos saber cuántos alfajores había? Si hay 250 medialunas, ¿es cierto que se necesitan más de 20 bolsas para envasarlas? ¿Cuántas habría que poner en cada bolsa para que no sobre ninguna?

En estos casos, el significado corresponde a la idea de partición, que es necesario reforzar. Se debe tener en cuenta que cuando se piensa "cuántas veces entra" el divisor en el dividendo para estimar el cociente, estamos apoyándonos en la idea de partición. Por lo tanto, si este significado no ha sido explorado antes, resultará imposible para los alumnos relacionar esa estimación con el significado de reparto.

Al hablar del uso de las operaciones en distintos contextos se debe tener en cuenta que cada operación puede usarse para resolver diferentes problemas, asociados con diversos significados de la operación. Asimismo, cada problema puede resolverse con distintos procedimientos, y cada uno puede involucrar diversas operaciones y formas de escritura.

Para avanzar con

el estudio de la divisibilidad es posible plantear actividades como las siguientes:

En los cuadernos

Naranja	Rojo
Escribí una cuenta de dividir usando números naturales, que tenga divisor 8 y resto 4. Escribí una cuenta de dividir usando números naturales, que tenga cociente 8 y resto 4. Escribí otras cuentas que cumplan las condiciones de a) y b) Al dividir un número por 8, se obtuvo 12 y resto 4. ¿Qué número se dividió? ¿Cuántas cuentas distintas podés escribir que tengan divisor 8 y cociente 12? ¿Por qué? ¿Cuántos restos distintos puede tener una cuenta de dividir por 4? ¿Y si el divisor es 8?	a) Escribí una cuenta de dividir usando números naturales, que tenga divisor 18 y resto 4. ¿Cuántas cuentas podrías encontrar que cumplan esas condiciones? ¿Y si el resto fuera 5? ¿Y si fuera 19? b) Escribí una cuenta de dividir usando números naturales, que tenga cociente 18 y resto 4. ¿Cuántas cuentas podrías encontrar que cumplan esas condiciones? ¿Y si el resto fuera 5? ¿Y si fuera 9? c) ¿Cuántos restos distintos puede tener una cuenta de dividir por 8? ¿Y si el divisor es 18? d) Al dividir un número por 18, se obtuvo 12 y resto 4. ¿Qué número se dividió? e) ¿Cuántas cuentas distintas podés escribir que tengan divisor 18 y cociente 12? ¿Por qué?

En la puesta en común

Además de explicitar la relación **dividendo = divisor x cociente + resto**, es interesante advertir que, aunque varias preguntas tienen infinitas respuestas posibles, los números que se eligen tienen que cumplir ciertas relaciones. En particular, interesa destacar que el resto debe ser menor que el divisor.

Propuesta 5 Ampliar las estrategias de cálculo

Conocer los criterios de divisibilidad y algunas relaciones con números terminados en 0 permite resolver una cuenta de dividir descomponiendo el dividendo en una suma y aplicando la propiedad distributiva. De este modo, se reemplaza una cuenta "difícil" por dos cuentas más sencillas cuyos resultados se suman luego.

Organización de la clase

Primero se puede presentar esta estrategia al grupo total, con un ejemplo al alcance de todos, y luego pedir que la repliquen, variando los números para cada alumno/grupo, de modo que resulten adecuados a sus posibilidades de cálculo. Por ejemplo:

a) Para resolver 548 : 5 Ana pensó en hacer la cuenta por partes descomponiendo 548 en 500 + 40 + 8, pero Pedro dice que no hace falta hacer tres cuentas, ya que se puede descomponer en 500 + 48.

Comparen las cuentas que hicieron los chicos y decidan quién tiene razón:

ANA	500 + 40 + 8	5
	0 0 3	100 + 8 + 1 = 109

PEDRO	500 + 48	5
	0 3	100 + 9 = 109

b) ¿Qué descomposición usarían para dividir 487 : 4? ¿Y para 587 : 4?

c) ¿Cómo podrían descomponer 464 para que fuera fácil de dividir por 5? ¿Y por 6?

En la puesta en común

Además de comparar las explicaciones de los chicos y registrar las estrategias de cálculo, se podrían analizar otras descomposiciones posibles.

Por ejemplo, para 464 : 6 conviene calcular 420 + 44, obteniendo como resultado 70 + 7 = 77 con resto 2. Pero también se puede hacer 400 + 64, teniendo en cuenta que hay que recuperar los restos. Es decir, sumando los dos restos de 4 tenemos 8, que se puede dividir por 6 una vez más, haciendo que quede resto 2.

464 : 6

400 + 64 : 6

$$\begin{array}{r|l} 400 & 6 \\ -360 & 60 \\ 40 & +6 \\ -36 & 66 \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 64 & 6 \\ -60 & 10 \\ 4 & \end{array}$$

$$4 + 4 = \begin{array}{r|l} 8 & 6 \\ -6 & 1 \\ 2 & \end{array}$$

66 + 10 + 1 = 77

Este proceso puede parecer largo y complejo para los adultos, pero lo interesante es el análisis de las relaciones puestas en juego, la posibilidad que tienen los alumnos de tomar decisiones acerca de cómo resolver y el control que pueden tener sobre los resultados que obtienen.

De todos modos, en este caso, conviene elegir al menos un sumando que sea múltiplo para facilitar el cálculo y hacer menos aproximaciones.

El Gato

Este juego implica la utilización de productos de diferentes números y, por lo tanto, permite desarrollar conocimientos del campo multiplicativo, tanto ligados a la descomposición en factores y su uso en situaciones de cálculo como a considerar las relaciones entre tablas de multiplicar y las situaciones de proporcionalidad.

Este juego se puede proponer en tres versiones diferentes, según cuáles sean los conocimientos previos de los alumnos y cuáles sean los conocimientos que se pretender enseñar.

Materiales

Cada grupo necesita un tablero según la versión elegida, 2 botones o palitos y 36 fichas/semillas de dos colores diferentes.

Se usa un tablero que tiene una fila de factores y una cuadrícula con productos. La diferencia entre las tres versiones es el repertorio de los factores que intervienen: la versión amarilla involucra un tablero con los productos desde 1 × 1 hasta 6 × 6, la naranja desde 1 × 1 hasta 9 × 9 y la roja los productos hasta 12 × 12.

Reglas

Se juega de 4, en dos equipos de 2 personas. Para jugar, cada equipo tiene que tomar las 18 fichas de un color. Un jugador del primer equipo elige 2 números de la fila de factores del 1 al 9, los marca con los botones y multiplica estos números. Una vez que obtiene el producto de esta multiplicación, coloca una ficha de su color en la casilla del cuadro que contiene ese producto. Por ejemplo, si colocó los botones en el 5 y 6, colocará la ficha en el 30.

Después, un jugador del otro equipo mueve sólo uno de los botones a otro número en la fila de factores. Otra vez, este jugador multiplica los números que están señalados y coloca una ficha de su color en la casilla del producto. Por ejemplo, deja fijo el botón en el 5, mueve el botón del 6 al 8 y le queda entonces 5 × 8 = 40.

Los equipos siguen alternando turnos y gana el que cubre 3 (para tablero 1) ó 4 (para tableros 2 y 3) casillas en línea, sin espacios vacíos en medio. La línea puede ser horizontal, vertical o diagonal.

Para tener en cuenta al jugar...

- Ambos botones se pueden colocar en el mismo número. Por ejemplo, si los dos están en el 5, el jugador deberá colocar una ficha en el producto de 5 × 5 (es decir, en el 25).

- Si un jugador marca dos números en la fila de factores y obtiene como producto un número cuya casilla ya ha sido tomada, le toca jugar al equipo contrario.

- Si alguno de los jugadores descubre que su contrincante comete un error en la multiplicación, puede decir el producto correcto y capturar la casilla que corresponde colocando una ficha de su color.

Versiones

Tablero 1

Tablero 2

Tablero 3

Como el objetivo del juego es de poner 3 o 4 fichas en línea según la versión elegida, una estrategia ganadora tendrá que contemplar dos cuestiones: buscar los productos que permitan ubicar las fichas propias en el tablero y tratar de obstaculizar que el equipo contrario lo haga. Luego de una o dos partidas, los alumnos comenzarán a notar que resulta ventajoso conocer los productos de memoria o poder elaborarlos rápidamente a partir de otros, lo que promueve su memorización.

Asimismo, más tarde notarán que no resulta igualmente potente iniciar el juego en cualquier posición del tablero . Por ejemplo, los cuadraditos del centro ofrecen más alternativas en el momento de ir completando alguna línea vertical, horizontal u oblicua. También descubrirán que hay productos que pueden ser alcanzados más fácilmente pues se asocian a más de un par de factores de la fila de factores, como 12 = 4 × 3 y 12 = 2 × 6.

Como maestros, es importante atender a que la relación entre factores y productos se pone en juego en dos sentidos: se puede alcanzar un producto partiendo de dos factores *(¿a qué numero voy con 4 y 6?)* o buscar un factor conociendo el otro factor y el producto *(para llegar a 24, ¿cuántas veces 6?)*. En este último caso, se está apelando a un cociente *(24 : 6, ¿cuánto es?)*.

Cuando se juega con un grupo de 2º/3º, es posible que la falta de dominio de los productos haga que los niños centren su atención en los cálculos y no se ocupen de pensar en las jugadas del equipo contrario. Si esta fuera la situación, se puede modificar la regla de elegir los productos e incorporar dos dados. En su turno, cada equipo tira los dados y, de esa manera, los productos que tenga que calcular serán determinados por el azar, pudiendo concentrar su atención en la búsqueda de resultados.

Si se ha trabajado antes en la clase el juego de "La pulga y las trampas", se puede organizar después el juego de "El gato" para avanzar en el conocimiento y profundización del repertorio de productos, o para estudiar las relaciones entre los productos de la tabla pitagórica y, también, para descomponer un número en factores y usar estas descomposiciones para elaborar procedimientos alternativos para multiplicar y dividir.

Una posible organización del grupo según sus conocimientos de partida y el propósito de enseñanza es:

Propósito	Conocer/Ampliar un repertorio de productos (construcción de nuevos conocimientos)	Fortalecer un repertorio de productos (reinversión de conocimientos)
Amarillo A	Productos x 2 y x 3 (duplicar y triplicar) Productos hasta 6 × 6	
Amarillo B	Productos hasta 6 × 6	Tabla pitagórica y relaciones entre productos hasta 6 × 6
Naranja	Productos hasta 9 × 9	Tabla pitagórica y relaciones entre productos hasta 9 × 9
Rojo	Productos hasta 12 × 12	Tabla pitagórica y relaciones entre productos hasta 12 × 12

Propuesta 1 Conocer un repertorio de productos

Organización de la clase

Cuando se trabaja en plurigrado, después de definir los propósitos e identificar los conocimientos previos de los alumnos, es posible presentar las reglas de juego a todos y variar las versiones para distintos grupos. En el caso de este juego, suponiendo que se decide apuntar a diferentes repertorios de productos, se organizará la clase en 3 grupos, cada uno con un tablero distinto.

El grupo amarillo incluirá, por ejemplo, a los niños de 3° que trabajarán con el tablero hasta 6 × 6. Si tuviéramos que incluir niños con poca experiencia con las multiplicaciones, convendrá agregar los dados para que los productos salgan al azar o que esos niños hagan otra actividad que, por ejemplo, involucre el cálculo de dobles o triples. El grupo naranja, integrado por ejemplo por niños de 4° y 5°, tendrá el tablero 9 × 9. El tercer grupo o grupo rojo, formado por alumnos de 6°, jugará con el tablero más avanzado (aunque, para empezar, podría hacer una primera partida con el de 9 × 9).

Es importante recordar que la organización de los grupos por color es a modo de ejemplo y, más que el grado, interesan los saberes disponibles.

Para tener en cuenta durante el juego

En la primera partida, es probable que los alumnos con experiencia multiplicativa coloquen las fichas en los factores cuyos productos ya conocen de memoria. Pero, a medida que avanzan, tendrán necesidad de resolver otros productos para poder ubicar sus fichas en los casilleros vacíos que les convengan, realizando los procedimientos que necesiten según los conocimientos de los que dispongan. En cada grupo, además, los niños podrán usar estrategias diferentes.

Si los niños sólo pueden realizar conteos de 2 en 2, de 3 en 3, de 5 en 5, etc. (3, 6, 9, 12, 15, 15 es 5 veces 3), o sumar en forma reiterada (3 + 3 + 3 + 3 + 3) para encontrar el producto buscado, es muy posible que pierdan interés por el juego. Este podría ser el caso de algunos de los niños del grupo amarillo A, en cuyo caso habrá que habrá que diseñar una alternativa diferente –que explicamos más adelante– y no avanzar a la segunda partida.

En cambio, si los niños sólo deben recurrir a la suma pocas veces y ya saben muchos de los productos o pueden encontrarlos rápidamente pensándolos con las propiedades, la actividad resultará potente y productiva. Por ejemplo, podrán usar la propiedad conmutativa (*"no me acuerdo 7 × 3, pero 3 × 7 es 21"*), o relaciones entre productos (*"no me acuerdo 6 × 8, pero como 3 × 8 es 24 y 6 × 8 es el doble, entonces es 48"*) o relaciones entre sumas y productos (*"si 7 x 8 es igual que 5 × 8 + 2 × 8, entonces 7 × 8 es 40 + 16 = 56"*).

Al finalizar la primera partida es recomendable preguntar *"¿cómo encontraron los productos?"* para que los niños tengan la posibilidad de explicitar los procedimientos utilizados. De esa manera se podrá elaborar un diagnóstico de las posibilidades de los distintos grupos, que permitirá formular conclusiones para todos acerca de las estrategias utilizadas. Además, se podrá profundizar al preguntar por la opción "más rápida", para discutir sobre la conveniencia de memorizar los productos faltantes. La explicitación permite a los niños conocer y, eventualmente, utilizar en una nueva partida procedimientos más rápidos. Asimismo, podrán interesarse por la memorización, particularmente si se decide modificar el tiempo disponible para cada jugada (variable didáctica) y se incorpora como nueva regla un tiempo límite. Luego de este intercambio se vuelven a jugar una o dos partidas más.

En la puesta en común

Es conveniente pedir que cada equipo registre los productos que usan y que lo hagan en una tabla de dos columnas: productos "fáciles" (si saben el resultado rápidamente) y productos "difíciles" (si tienen que construir el resultado). Si este registro se guarda y actualiza después de cada partida, cada grupo podrá ir sabiendo cuáles son los productos que ya domina.

Al concluir la segunda partida con registro, se pueden escribir los productos de cada grupo en el pizarrón y proponer preguntas de reflexión, por ejemplo:

- *¿Hay cálculos con el mismo resultado? ¿Por qué les parece que ocurre esto?*
- *¿Y cálculos con los mismos factores? En ese caso, ¿en qué cambian?*

Las respuestas variarán entre los grupos, dependiendo de los conocimientos de los chicos. Algún grupo podría responder:

- *3 × 8 y 6 × 4 dan lo mismo porque 3 × 8 es como 3 × 2 × 4 y 6 × 4 también es 3 × 2 × 4.*
- *4 × 6 y 6 × 4 tienen los mismos números, pero distinto el orden.*

Luego se podrá pedir que escriban un cartel/afiche con las listas de productos que se alcanzan con una multiplicación, con dos y con más, buscando que haya ejemplos de los tableros de todos los grupos.

También se podrán anotar conclusiones distintas como:

- *Se obtiene el mismo producto con los factores en distinto orden (propiedad conmutativa)*
- *Muchos productos se obtienen con distintos factores (12 = 2 × 6 y 12 = 3 × 4)*

En los cuadernos

Una actividad para que cada niño resuelva según sus conocimientos a partir de las listas del pizarrón puede ser:

- Copiá 4 multiplicaciones cuyos productos conoces bien y escribe otras que puedas derivar de ellas.
- Copiá 4 multiplicaciones cuyos productos te cueste memorizar. Para cada uno escribe otro que conozcas y puedas relacionar con él.

Para resolver la primera consigna los niños podrán escribir, para cada multiplicación memorizada, por ejemplo, los factores cambiados de orden (3 × 5 y 5 × 3, propiedad conmutativa) o alguno cercano (como en 6 × 5 = 30 y 7 × 5 es una vez más el 5 entonces 7 × 5 = 35).

Para resolver la segunda consigna, por ejemplo, si anotan como difícil por ejemplo 9 × 7, se puede pensar como un 7 menos que 10 × 7, entonces es 70 – 7 = 63.

Otro tipo de actividad muy importante para el aprovechamiento didáctico del juego es la de plantear preguntas que remitan a los niños a pensar en sus decisiones mientras jugaban: son actividades que denominamos de "juego simulado". Los números que intervienen en estas actividades podrán cambiarse para grupos diferentes, según el tablero con el que hayan jugado. Las preguntas pueden plantearse primero para resolver de manera individual en el cuaderno, y después compartir las respuestas al interior de cada subgrupo. Por ejemplo:

- Marita quería poner una ficha de su color en 10 y encontró un señalador en 5. ¿Dónde debería poner el otro señalador?

- Melisa quería poner una ficha en 16 y decidió dejar un señalador en 5 y buscar el número para el otro. ¿Podrá mover para lograrlo? ¿Cómo?

- Mariano quería poner una ficha de su color en 30 y encontró los dos señaladores en 8 y 5. ¿Podrá mover para lograrlo? Si es así, ¿cómo le conviene mover?

- Martina quería poner una ficha en 36 y encontró los dos señaladores en 5 y 7. ¿Podrá mover para lograrlo? Si es así, ¿cómo le conviene mover?

- Milagros quería poner una ficha de su color en 99 y encontró los dos señaladores en 9 y 5. ¿Podrá mover para lograrlo? Si es así, ¿cómo le conviene mover?

- Muriel quería poner una ficha en 121 y encontró los dos señaladores en 10 y 6. ¿Podrá mover para lograrlo? Si es así, ¿cómo le conviene mover?

El aprovechamiento didáctico del juego puede profundizarse al presentar actividades fuera de ese contexto, pero poniendo en juego los mismos conocimientos que se utilizaron en éste. En este caso, por ejemplo:

- Completá los cálculos

5 x --- = 30　　9 x --- = 72　　11 x --- = 121

--- x 4 = 12　　--- x 7 = 56　　--- x 12 = 132

- ¿En qué tablas está? Escribí la/las multiplicaciones

32 en las tablas de ....　　Los cálculos son ....

108 en las tablas de ....

Propuesta 2 Fortalecer un repertorio de productos

Organización de la clase

Para los niños sin experiencia con la multiplicación convendrá proponer otros juegos, por ejemplo, “Doble con dados” y “Generala de números”.

En "Doble con dados", en cada turno se tiran los dados, suman sus puntos y anotan el doble. Si se repite la suma que obtienen, pierden el turno. Deben ir completando una tabla como la siguiente y, luego de 10 tiros, gana el que completó más dobles.

Suma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Doble											

También se puede jugar con un dado

Dado	1	2	3	4	5	6
Doble						

En la "Generala con números" los niños juegan con 5 dados y anotan su puntaje en una tabla. Luego de 6 vueltas se suma la cantidad de puntos de cada uno y gana el que obtuvo mayor puntaje. Una vez que se anotó un puntaje en un número, no vale volver a escribir en ese casillero.

	Cantidad de dados	Cálculo de puntos
⚀		
⚁		
⚂		
⚃		
⚄		
⚅		
	Total de puntos	

Cada uno debe copiar o pegar en su cuaderno la tabla sobre la que trabajó.

Organización de la clase

Para los demás niños, es posible avanzar con un conjunto de actividades sobre tabla pitagórica para relacionar los productos y pensarlos de diferentes formas. Para ello, usarán una tabla pitagórica con los productos hasta 10 × 10 para el grupo anaranjado o hasta 12 × 12 para el rojo, en función de los tableros de juego utilizados.

Aunque aquí se incluyen las actividades posibles de realizar sólo con la tabla de 10 × 10, resulta sencillo adaptarlas para la tabla de 12 × 12 modificando los números de manera adecuada.

También es posible que, en un primer momento, todos trabajen con la tabla de 10 × 10 y se dividan las preguntas de modo que unos alumnos respondan algunas y otros, las restantes. Por ejemplo:

- preguntas para buscar relaciones de dobles y triples entre tablas
- preguntas que implican buscar sumas de dos de ellas para obtener otras
- preguntas para formular una “regla justificada” para multiplicar por 10

Es recomendable que los niños trabajen con todas estas relaciones como paso previo a la introducción de la multiplicación y división. Aunque lleve tiempo, permitirá que los alumnos tengan mejor desempeño ya que podrán comprender y controlar las operaciones.

En los cuadernos

Usando la tabla pitagórica hasta 10 × 10:

a) Completá en la tabla pitagórica todos los productos que conozco de memoria.

Luego, con otro color completen los que faltan y anoten cómo los encontraron.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

b) Consideren las columnas del 5 y del 10. Algunos chicos dicen que estos productos son fáciles de recordar; ¿ustedes están de acuerdo? ¿Por qué?

c) Si se compara cada número de la columna del 5 con cada uno de los de la columna del 10 para la misma fila, ¿qué relación tienen?

d) ¿Qué columnas se pueden duplicar para obtener otras?

e) Si se compara cada número de la columna del 2 con cada uno de los de la columna del 6 para la misma fila, ¿qué relación tienen? ¿Y si se comparan con la del 10?

f) ¿Cómo se pueden obtener los números de la columna del 8 partiendo de los de la columna del 2?

g) ¿Qué columnas es posible sumar para obtener otra?

h) Si continuáramos la columna del 10 poniendo los casilleros para 11 × 10, 12 × 10, hasta el 19 × 10, ¿qué números escribirían como productos? ¿Podrían decir rápidamente cuánto da 35 × 10? ¿Por qué?

En la puesta en común

Sea que todos los alumnos hayan respondido todas las preguntas o que se hayan repartido, habrá que poner en común las respuestas. Para ello, cada grupo anotará en su cuaderno las relaciones que encontró en la tabla y el maestro pedirá luego que se lean y se expliquen al resto. Por otra parte, se podrá hacer un afiche para el aula con el conjunto de relaciones formuladas. Por ejemplo, y entre otras posibles:

- *Los números de la tabla del 10 son el doble de los números de la tabla del 5.*
- *Los números de la tabla del 4 son el doble de los números de la tabla del 2.*
- *Los números de la tabla del 6 son el doble de los números de la tabla del 3.*
- *Sumando los números de la tabla del 3 con los de la del 6, se obtienen los números de la tabla del 9.*
- *Sumando los números de la tabla del 5 con los de la del 4, se obtienen los números de la tabla del 9.*
- *Sumando los números de la tabla del 4 con los de la del 3, se obtienen los números de la tabla del 7.*
- *Para multiplicar a un número por 10, se le agrega un cero.*

Para volver a trabajar con las relaciones en la tabla, se pueden proponer luego otras actividades en las que, además de completar las tablas, deben explicar cómo lo hicieron y utilizar las relaciones para analizar las afirmaciones.

En los cuadernos

Para la actividad que sigue, “Recortes de la tabla”, también es necesario adecuar la propuesta tanto en lo que se refiere a los números de las tablas trabajadas como a la formulación de la explicación que en algunos casos se pedirá que sea oral y en otros, escrita. A partir de 4º conviene pedir que escriban lo que han expresado oralmente pues, aunque al principio a los niños les resulta complejo hacerlo, de esa manera mejoran.

Se sugiere reservar la actividad "Afirmaciones sobre la tabla" para el grupo más avanzado dado que implica la formulación escrita de conclusiones y explicaciones, tarea que ya tendrían que haber realizado en otros temas.

Recortes de la tabla

Completá las siguientes tablas:

Tabla A

X	5	10	3	6	12
2					
4					
8					

Tabla B

X	5	7	8	9	10
5					
10					

Tabla C

X	4	8	3	7	11
3					
6					
9					

Afirmaciones sobre la tabla

Decidí si las siguientes afirmaciones son o no verdaderas, y explicá por qué:

a. Todos los números de la tabla del 8 se obtienen multiplicando por 2 tres veces.

b. Todos los números de la tabla del 4 se obtienen sumando 2 a los números de la tabla del 2.

c. Todos los números de la tabla del 6 se obtienen multiplicando por 3 los números de la tabla del 2.

d. Todos los números de la tabla del 5 se obtienen sumando los de la tabla del 3 con los de la tabla del 2.

¿Podrías escribir otras afirmaciones que sean verdaderas para compartir con la clase?

En la puesta en común

Se puede pedir a los niños que trabajaron con los recortes de la tabla que formulen oralmente las relaciones utilizadas. Se pedirá a los niños que escriban en un cálculo lo que pensaron para algunos números como 8 × 3; 8 × 12; 10 x 10 y 9 × 8 y que expliquen cómo pensaron para completar todos los de una fila de la tabla.

Algunas de las escrituras y de las formulaciones escritas que podrán aparecer son las siguientes:

8 x 3 es (2 x 3) x 2 x 2

8 x 12 es 8 x 10 + 8 x 2

9 x 8 es 3 x 8 + 6 x 8

9 x 8 es 3 x 8 + 6 x 8

- *Para saber cuánto es un número x 4, puedo hacer el doble del número por 2.*
- *Para saber cuánto es un número x 8, puedo hacer el doble del número por 4.*
- *Para saber cuánto es un número x 8, puedo hacer el doble del doble del número por 2.*
- *Para saber cuánto es un número x 9, puedo sumar lo que da el número por 3 y el número por 6.*

En el grupo que trabajó con las afirmaciones habrá que pedir a cada niño que comparta alguna de las explicaciones a, b, c o d, para que los demás compañeros manifiesten si están o no de acuerdo, de modo que todas sean comprobadas. También habrá que explicitar y compartir las nuevas afirmaciones y, si fuera posible, se podrá pedir a los niños que escriban un ejemplo de cada una de ellas para asegurarnos de que han comprendido.

Propuesta 3 Descomponer en factores con números chicos

Como hemos visto, uno de los conocimientos que aparece en este juego es el número de pares de factores para cada producto. En este sentido, es posible proponer actividades para avanzar en la descomposición en dos o más factores y en procedimientos alternativos de cálculo apoyados en esa descomposición.

Entonces, luego de "El gato" y sus actividades para después de jugar, se podría seguir con actividades como las siguientes, primero diferenciando los grupos naranja y rojo que jugaron con tableros de "El gato" diferentes y luego otras con los niños de ambos grupos.

En los cuadernos

Cada niño resuelve en forma individual y luego comparten la puesta en común.

Pares de factores

- Para los siguientes productos buscá, si es posible, otro con el mismo resultado.

2 × 6 = 12	*2 × 9 = 18*	*7 × 1 = 7*
3 × 8 = 24	*2 × 7 = 14*	*4 × 9 = 36*

- Escribí tres números que sean producto de sólo un par de factores en el juego.
- Escribí tres números que sean producto de sólo dos pares de factores en el juego.
- Escribí tres números que sean producto de más de dos factores, como 12 = 2 × 2 × 3.
- Escribí productos de dos factores que se usen en "El gato" y otros que no aparezcan en "El gato" para: 24, 16, 64.

Más factores

- Completá los factores

11 x … = 110	12 x … = 72	10 x … = 120

- Julia dice que 48 = 6 × 8 pero que, aunque no lo use para jugar a "El gato", el 48 también es 24 × 2 y 12 × 4, ¿cómo lo habrá pensado?
- Escribí cinco productos de más de dos factores como 12 = 2 × 2 × 3
- Escribí productos de dos factores que se usen en "El gato" y otros que no para: 36; 32; 48; 50.

En la puesta en común

Ambos grupos pueden compartir los productos que escribieron para las dos últimas consignas, los productos de más de dos factores y los productos que no parecen en "El gato" y hacer un afiche común que quede en el aula.

Las dos actividades anteriores, que amplían fuertemente la búsqueda de productos, permiten también nuevas descomposiciones que podrán ser utilizadas para realizar, por ejemplo, multiplicaciones por dos cifras. En efecto, conociendo diferentes multiplicaciones de dos factores que dan 48, también se puede descomponer cada uno de ellos.

48 = 8 x 6 = 2 x 24 = 12 x 4 = 3 x 16 = 1 x 48

como 8 = 2 x 2 x 2 y 6 = 2 x 3

48 = 2 x 2 x 2 x 2 x 3

Este despliegue de productos, también permite discutir que 6 × 8 y 8 × 6 no son productos distintos por la propiedad conmutativa.

¿Cómo se puede usar la descomposición en factores de una cifra para resolver una multiplicación con números más grandes como 25 × 48?

25 x 48 = 25 x 3 x 2 x 2 x 2 x 2 = 75 x 2 x 2 x 2 x 2 = 150 x 2 x 2 x 2 = 300 x 2 x 2 = 600 x 2 = 1200

Para avanzar en este sentido, es posible proponer a ambos grupos una actividad como la siguiente:

En los cuadernos

Factores más grandes

a) David dice que cuando él no se acuerda de algún producto como 9 × 8, lo piensa así: 9 × 8 = 9 × 4 × 2 = 36 × 2 = 72 ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

- Buscá otros productos de la tabla del 8 que no te acuerdes y pensálos como lo hizo David.

b) Brenda dice que ella también piensa como David para números más grandes, pero siempre que puede duplica porque es más fácil. Ella dice que para 15 × 24 piensa:

15 x 2 x 2 x 2 x 3 = 30 x 2 x 2 x 3 = 60 x 2 x 3 = 120 x 3 = 360

- Escribí otros cálculos de multiplicar y resolvelos como hacen David y Brenda.

En la puesta en común

Se pueden compartir los cálculos y soluciones pensados por los alumnos y pedirles que escriban *"qué consejo le darían a otro compañero para multiplicar números de dos cifras"*. Será importante que cada uno lea lo que escribió y, si es necesario hacerlo, que los mismos compañeros contribuyan a mejorar los textos.

En cuanto a la continuidad del trabajo con el fortalecimiento del repertorio de productos, y las relaciones entre ellos que se estudiaron en la tabla pitagórica, también es posible avanzar hacia multiplicaciones con números más grandes. Además de descomponer en productos algunos de los factores, es posible descomponer en sumandos, multiplicar cada uno y luego sumar. Por ejemplo, si los niños ya saben que *"los números de la tabla del 7 se pueden obtener sumando los de la tabla del 5 y la del 2"*, es posible pensar que 9 × 7 = 9 × 5 + 9 × 2 = 45 + 18 = 63. Del mismo modo, con las sumas de otras tablas, por ejemplo, para hacer x 12 se puede sumar x 10 y x 2, entonces 23 × 12 = 23 × 10 + 23 x 2 = 230 + 46 = 276.

El conocimiento que subyace a estas descomposiciones de los productos es la propiedad distributiva y es fundamental avanzar con los niños en este trabajo, pues es la fundamentación del algoritmo clásico de la cuenta de multiplicar.

Propuesta 4 Descomponer para multiplicar números más grandes

Organización de la clase

Se puede proponer a ambos grupos, el naranja y el rojo, trabajar de manera agrupada para sobre la actividad siguiente.

¿Sumar para multiplicar?

a) Ailén dice que ella, para hacer 12 × 25 piensa en 6 veces 25 que es 150 y hace 6 × 25 + 6 × 25 = 150 + 150 = 300. ¿Estás de acuerdo con Ailén? ¿Por qué?

b) Nacho dice que para él es más fácil multiplicar x 10 y piensa en 10 × 25 y 5 × 25 para sumarlos. ¿Cómo escribirías lo que pensó Nacho?

c) Escribí otra manera de descomponer en sumas el 12 ó el 25 para multiplicar 12 × 25 y fijate si da el mismo resultado.

Puesta en común

La pregunta del por qué propone recuperar los argumentos de los alumnos acerca de la validez del procedimiento de Ailén. En efecto, podrán dar explicaciones usando las sumas reiteradas (sumar 25 + 25 + 25 + 25 + 25) y, si han trabajado las relaciones en la tabla pitagórica, sobre las sumas de tablas. Si no mencionaran las relaciones en sus argumentos, convendrá que la maestra señale el afiche donde las escribieron y pregunte, *"¿les parece que pueden usar algo de lo que anotamos en el afiche para explicar lo que hizo Ailén?"*

Asimismo, es muy importante que se retomen en el pizarrón las diferentes disposiciones de los cálculos de Nacho que los chicos utilicen en sus cuadernos, preguntando *"¿en qué se parecen? ¿En qué son distintos?"* Por ejemplo:

12 x 25	25
10 x 25 = 250	x 12
+	250 + 50
2 x 25 = 50	300
300	

Con respecto al ítem c), se puede pedir a los chicos que se intercambien los trabajos para corregirlos y luego revisar cómo lo hicieron.

En los cuadernos

Después de la puesta en común, y diferenciando a ambos grupos, se pueden proponer cálculos adecuados a sus conocimientos, con el propósito de que se familiaricen con el procedimiento estudiado y, de ser posible, que amplien su uso a números de más cifras. Por ejemplo:

Grupo naranja	Grupo rojo
68 × 24	148 × 45
57 × 36	356 × 632

Por último, se puede proponer una actividad más abierta que permita a cada niño incluir los cálculos que puede realizar. Esta actividad puede tener como propósito evaluar los conocimientos adquiridos durante la secuencia de trabajo, ya que permite al maestro conocer los productos que los chicos dominan y qué tipo de explicaciones y argumentos pueden elaborar.

Factores y sumas para multiplicar

a. Escribí dos cálculos de multiplicar y resolvelos descomponiendo en factores.

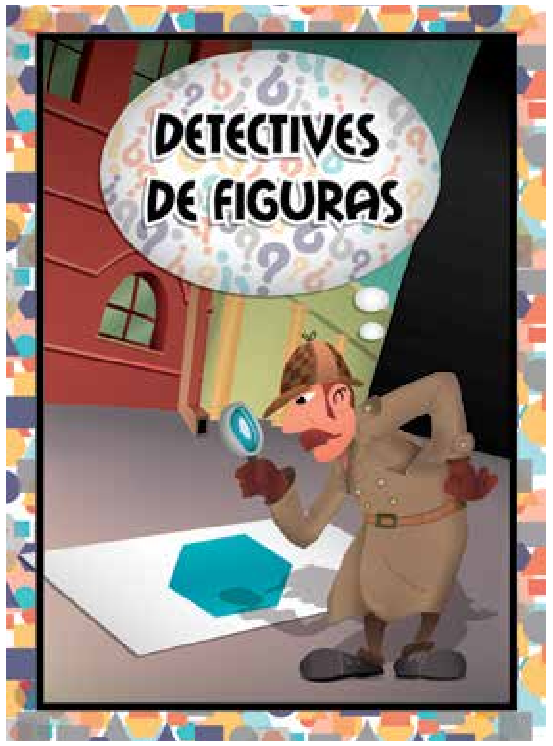
b. Escribí dos cálculos de multiplicar y resolvelos descomponiendo en sumas.

c. Elegí un cálculo, explicá cómo lo pensaste y por qué te parece que está bien.

Volviendo sobre el juego de "El gato" y el número de pares de factores para cada producto, es posible proponer actividades para avanzar en la descomposición en factores y en procedimientos alternativos de cálculo apoyados en esa descomposición.

Cuando se abre la clase a una variedad de procedimientos, que los alumnos eligen apoyándose en sus conocimientos sobre los números y las operaciones, se favorece el análisis de las relaciones involucradas en los cálculos y el control de la tarea que se realiza.

Detectives de figuras



El juego permite a los niños poner en relación distintas representaciones de figuras con sus características, asociando los nombres de cada objeto geométrico con un conjunto de propiedades que lo definen.

En los primeros años de la escuela, los niños asocian los objetos geométricos con dibujos de los mismos, sin diferenciar entre esa representación –que resulta siempre particular–, y los objetos mismos. Esta falta de discriminación entre el dibujo y la figura ha estado presente en la enseñanza durante muchos años. Además, los ejemplos de dibujos que fueron repetidos durante décadas en los libros de texto, y por lo tanto reproducidos en las clases, se han estereotipado en ciertas posiciones y con ciertas dimensiones de sus lados, dando por resultado lo que denominamos como figuras "típicas".

El resultado es que, además de la confusión entre los dos elementos mencionados, la posición y unas dimensiones determinadas sean consideradas como características de una figura.

De este modo es importante ir incorporando desde el primer ciclo el trabajo con las propiedades que caracterizan las figuras y recién en el segundo ciclo avanzar con las relaciones entre dos clases de figuras (rombos y cuadrados, isósceles y equiláteros, cuadriláteros y paralelogramos, etc.), sin incorporar necesariamente clasificaciones más complejas.

Materiales

Cada grupo necesita cartas con figuras según la versión.

Reglas

Se organizan los participantes en grupos de 4 alumnos en los que una pareja juega contra la otra. Se colocan las cartas boca arriba, de modo que todos las vean.

Por turno, cada pareja elige una de las figuras (sin que la otra escuche) y anota en un papel sus características. A continuación, los contrincantes deberán descubrir de qué figura se trata, haciendo el menor número posible de preguntas que sólo puedan responderse por sí o por no. Alternativamente cada pareja va haciendo una nueva pregunta.

Cuando ambos equipos descubren la figura se leen las características, para asegurarse de que es la correcta, y se anota cuántas preguntas hicieron. Después de jugar 3 o 4 rondas, gana el equipo que hizo menos preguntas.

Versiones

Versión 1

- Círculo, semicírculo, sector circular.
- Polígonos de cuatro, cinco y seis lados convexos (con todos los ángulos interiores menores que un llano) o no (con algunos ángulos interiores mayores que un llano)

Versión 2

- Polígonos de cuatro, cinco y seis lados
  - convexos (con todos los ángulos interiores menores que un llano) o no (con ángulos interiores mayores que un llano),
  - con lados iguales o no,
  - con ángulos rectos o no.

Versión 3

- Todas cartas con triángulos,
  - con lados iguales o no,
  - con ángulos iguales o no y
  - ángulos rectos o no.
- Todas cartas con cuadriláteros
  - con lados iguales o no,
  - con lados paralelos o no,
  - con ángulos iguales o no y
  - con ángulos rectos o no.

Antes o después del juego siguiente se podrán planificar otras actividades que también apunten a un primer

conocimiento de las características de las figuras geométricas. Por ejemplo, las actividades de copia con modelo presente en papel cuadriculado para todos los niños de la clase si es que no han realizado antes este tipo de tarea. La complejidad del modelo a copiar se podrá organizar en tres grupos y dependerá de los conocimientos ya tratados con los alumnos, mientras que la reflexión luego de la copia será para analizar en qué medida la copia es o no idéntica al modelo. Los modelos podrán ir desde guardas o esquemas con cuadrados y rectángulos solamente hasta la inclusión de rombos, trapecios y otros polígonos e incluso circunferencias de distinto radio. El estudio de guardas y diseños producidos por distintos pueblos originarios en nuestro territorio puede dar lugar a una interesante variedad.

Propuesta 1 Identificar propiedades

Organización de la clase

Con las cartas de la colección 1 del juego, un grupo podría jugar con cartas donde las diferencias entre las figuras sean: si tiene bordes curvos o rectos, si son cóncavas o convexas y si tienen diferente número de lados y de vértices. (Grupo amarillo)

Con las cartas de la colección 2, otro grupo podría jugar con cartas donde todos sean polígonos cóncavos o convexos, de diferente número de lados y de vértices, con igualdad o no en la medida de sus lados, y con ángulos rectos o no. (Grupo naranja)

Finalmente, utilizando la colección 3 del juego, un tercer grupo tendrá todas cartas con triángulos, con lados iguales o no, con ángulos iguales o no y ángulos rectos o no. O también podrá jugar con todas cartas con cuadriláteros con lados iguales o no, con lados paralelos o no, con ángulos iguales o no y con ángulos rectos o no. (Grupo rojo)

Para iniciar la clase con los tres grupos, es importante que el docente insista en que las preguntas que se formulen solo se pueden responder con sí con no, para que los alumnos tengan necesariamente que explicitar alguna característica. Para que esto sea así, y los alumnos no pregunten *"¿se parece a una flecha?"*, el docente podrá aclarar: *"no hay que decir a qué se parece sino cómo es"*. También puede aclarar que, después de cada pregunta, hay que separar las cartas que *"seguro no cumplen con las características de la figura que piensan los compañeros"*. Si el docente lo cree conveniente, podrá jugar una vez con un alumno para que las reglas del juego se comprendan en la acción.

Como cada pareja está buscando descubrir una carta con preguntas, es importante que anote las preguntas que realizó y la respuesta SI o NO de sus compañeros. Esto les permitirá luego, tanto al grupo como al docente, poder controlar cómo fueron haciendo. Para ello se puede pedir que anoten en una tabla como la siguiente:

Pregunta	Respuesta

Anotar las preguntas también permitirá contar el número de preguntas realizadas y así determinar a la pareja ganadora luego de 4 manos.

Para tener en cuenta al jugar

Es posible que, durante el juego aparezcan algunos conflictos debido al uso, o no, de cuantificadores. Por ejemplo, si un alumno pregunta: *"¿tiene ángulos rectos?"*, podría referirse a todos los ángulos o a uno/s, y será necesario ir ajustando las preguntas.

Esto también debe ser tenido en cuenta cuando se registran conclusiones y se usan nombres para las clases de figuras. Si decimos que los triángulos equiláteros tienen tres lados iguales y luego pensamos en los triángulos isósceles,

¿son clases diferentes? ¿cómo se relacionan? Esto depende de qué definiciones de equilátero e isósceles estemos considerando. Si es isósceles el triángulo que tiene "al menos dos lados iguales", entonces un triángulo equilátero es también isósceles y la clase de los equiláteros está incluida en la de los isósceles. Es importante entonces estar alerta al uso de los cuantificadores "al menos uno", "todos", "uno", etc.

Otra cuestión a tener en cuenta es cómo se validarán las respuestas, esto es, cómo se decide si el dibujo de la figura que está en la carta tiene, o no, la característica por la que se pregunta. Dependiendo de los saberes del grupo se podrán hacer algunas comprobaciones por superposición, con papel de calcar, con escuadra, etc. poniendo en duda la evidencia de "lo que se ve". De todos modos, hay que tener en cuenta que avanzar en el estudio de las figuras requiere ir independizándose de las comprobaciones empíricas para argumentar basándose en propiedades, para lo que será necesario incluir otro tipo de actividades.

Puesta en común

Cada grupo tendrá que revisar sus preguntas para ver cuáles permitían separar más figuras y si todas permitían poner de costado alguna o si, entonces, alguna pregunta se podía eliminar.

Luego, el maestro podrá repartir tarjetas en blanco a todos los grupos y pedir a cada uno que, mirando las preguntas, escriba en tarjetas diferentes "cómo son las figuras que encontró cada pareja". Esto llevará a revisar las preguntas y sus respuestas para lograr escrituras específicas.

Por ejemplo, para el grupo amarillo una figura podría ser: *"tiene lados rectos, cinco lados y es cóncavo"* o *"tiene lados rectos y curvos, tiene un lado curvo"*.

Para el grupo naranja, *"es cóncava, tiene cuatro lados, no tiene ángulos rectos y no tiene lados iguales"* o *"es convexa, tiene cuatro lados, todos los lados son iguales y tiene los cuatro ángulos rectos"*.

Para el grupo rojo, *"tiene cuatro lados, dos pares de iguales entre sí y con los cuatro ángulos rectos"*.

En la puesta en común, se podrán leer algunas tarjetas de cada grupo (o todas si fueran pocas) y que un compañero trate de identificar la figura por las indicaciones. Si el vocabulario no fuera el apropiado, el docente lo incorporará señalando: *"en geometría decimos ..."*.

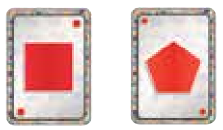
Como ya hemos planteado, el aprovechamiento didáctico del juego implica la realización de lo que denominamos actividades de juego simulado preguntando por jugadas posibles y otras actividades sobre las mismas figuras, pero fuera del contexto del juego. Veamos cuáles podrán ser para cada grupo.

Actividad 1: juego simulado

a) Esteban se quedó con estas dos cartas:

- ¿Qué pregunta puede hacer para saber cuál es la que pensaron sus compañeros?

Marión se quedó con estas dos:



- ¿Qué pregunta puede hacer para adivinar?

b) Joana hizo estas preguntas y le contestaron a todo SI ¿Pudo adivinar la figura? Si es así escribí cuál es, y si no agregá una pregunta que permita adivinar.

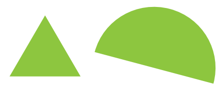
- ¿Tiene bordes curvos?
- ¿Tiene también bordes rectos?
- ¿Tiene tres puntas (vértices)?

Actividad 2: fuera del contexto del juego

1. Estas figuras:

- ¿En qué son diferentes?
- ¿En qué se parecen?

2. Estas figuras:



- ¿En qué son diferentes?
- ¿En qué se parecen?

Actividad 1: juego simulado

1. Elegí entre las cartas una figura que responda a cada una de las descripciones siguientes y dibujalas en tu cuaderno.

"Es cóncava, tiene cuatro lados, no tiene ángulos rectos y no tiene lados iguales".

"Es convexa, tiene cuatro lados, todos los lados son iguales y tiene los cuatro ángulos rectos".

2. Pablo hizo estas preguntas y le contestaron a todo NO ¿Pudo adivinar la figura? Si es así escribí cuál es y si no agregá una pregunta que permita adivinar.

- ¿Tiene 4 lados o menos de 4?
- ¿Tiene ángulos rectos?
- ¿Tiene ángulos mayores que un llano?

3. Identificá las cartas siguientes del mazo con el que jugaste y dibujalas a mano alzada en tu cuaderno, indicando los ángulos rectos con dos rayitas y los lados iguales con igual cantidad de rayitas. Luego averiguá su nombre en un libro o en internet.

- Las cartas con figuras que tienen ángulos mayores que un llano.
- Las cartas con figuras que tienen lados rectos.
- Las cartas con figuras que tienen tres lados rectos.
- Las cartas con figuras que tienen cuatro lados rectos.

Actividad 2: fuera del contexto del juego

1. Dibujá dos triángulos diferentes y escribí en qué son diferentes y qué tienen igual.
2. Dibujá dos cuadriláteros diferentes y escribí en qué son diferentes y qué tienen igual.
3. ¿En qué se parecen y en qué se diferencian un rombo y un cuadrado? ¿Y un rectángulo y un cuadrado?

Actividad 1: juego simulado

1. Gaby y Martín jugaron con triángulos y dicen que eligieron el mismo. Gaby dice que eligió un triángulo obtusángulo con un lado que mide 3cm y Martín dice que eligió uno isósceles con un lado que mide 3cm. ¿Te parece que tiene razón? ¿Por qué?
2. Nacho y Guille jugaron con cuadriláteros y dicen que eligieron el mismo. Nacho dice que eligió uno que tiene cuatro lados iguales de 2,5cm y Guille dice que eligió uno que tiene cuatro ángulos rectos. ¿Te parece que tiene razón? ¿Por qué?
3. Elegí una carta de los triángulos (o de los cuadriláteros), dibujá la figura y escribí una adivinanza para tus compañeros.

Actividad 2: fuera del contexto del juego

a) En qué se parecen y en qué se diferencian:

- Un rombo y un cuadrado
- Un rectángulo y un cuadrado
- Un rombo y un paralelogramo propiamente dicho
- Un trapecio y un paralelogramo propiamente dicho
- Un romboide y un rombo

b) Discutí con tus compañeros si las siguientes afirmaciones son V o F:

- Los cuadrados tienen dos pares de lados paralelos
- Los rectángulos son paralelogramos
- Los rombos tienen dos pares de lados paralelos
- Los trapecios pueden tener hasta dos ángulos rectos

Propuesta 2 Asociar figuras y propiedades

Retomando la idea planteada al inicio, el propósito de estos juegos es que los alumnos puedan asociar a cada figura geométrica un conjunto cada vez más amplio de propiedades que las caractericen, cuestión que aparece planteada en uno de los NAP del siguiente modo: "El reconocimiento de figuras geométricas a partir de sus propiedades en situaciones problemáticas que requieran [...] comparar y describir figuras según sus características para que otros las reconozcan o las dibujen".

En este sentido, será posible realizar, después del juego "Detectives de figuras", actividades que permitan a los niños asociar a cada objeto geométrico un conjunto de propiedades que lo caractericen.

Una alternativa es darles las adivinanzas que se pueden presentar para que ellos busquen la figura, o darles la figura para que ellos armen la adivinanza.

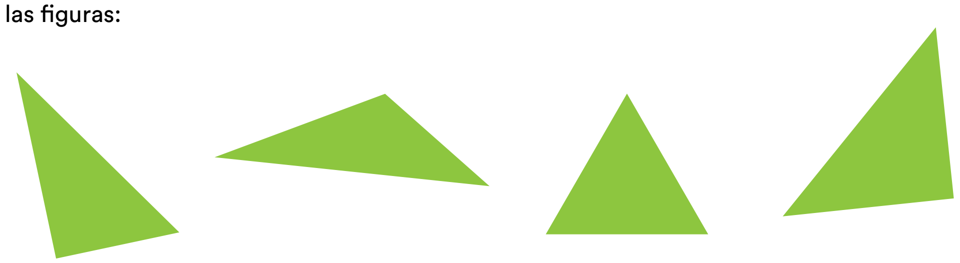
Organización de la clase

Las actividades de adivinanza de figuras a partir de pistas pueden ser organizadas con consignas similares para los distintos grupos en la clase atendiendo a darle a cada uno pistas con propiedades conocidas.

La consigna común para los grupos amarillo y naranja puede ser:

- Relacioná las figuras y las pistas para describirlas

a) Elegí la o las figuras:



¿Qué figura soy?
Tengo 3 vértices, 2 lados iguales y 1 ángulo recto.

¿Qué figura soy?
Tengo 3 vértices y 3 lados iguales.

b) Emilia le dice a Máximo que para la segunda pista puede elegir cualquiera de los triángulos. ¿Estás de acuerdo?

c) Escribí una pista para elegir uno solo de los dibujos de triángulos. Entrégasela a un compañero para que escriba su nombre.

d) Comparen las pistas que hicieron en el grupo y vean si escribieron dos formas distintas de identificar la mima figura.

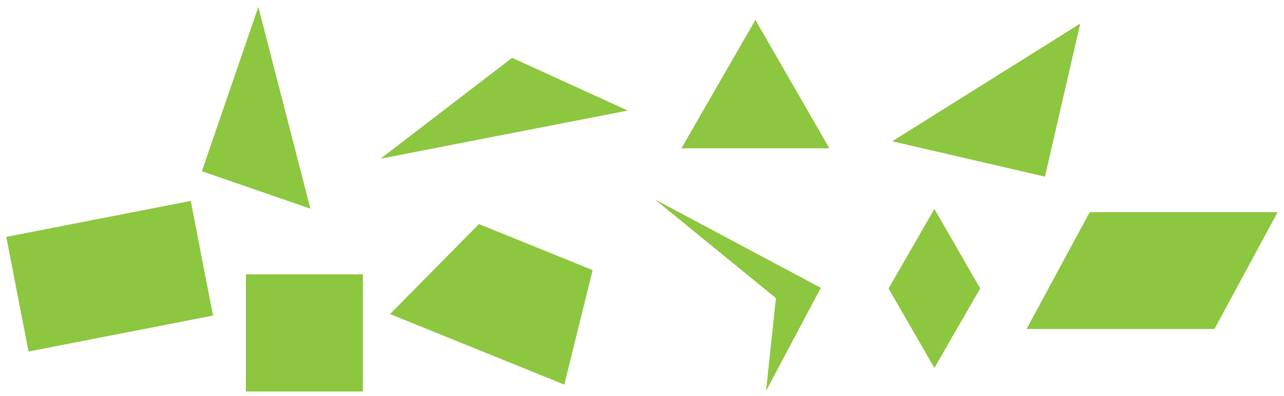
a) Con la pista siguiente, Anamali eligió el rectángulo, ¿estás de acuerdo? ¿por qué?

- Tiene dos lados paralelos.
- Las diagonales son iguales.
- Tiene lados iguales.
- Las diagonales se cortan en sus puntos medios.

b) Marcos dice que eligió el cuadrado porque cumple todas las pistas. ¿Tiene razón Marcos?

c) Cambiá la o las pistas que necesites para que sólo se pueda elegir cuadrado.

a) Escriban dos pistas que permitan elegir una única figura, una para algún triángulo y otra para algún cuadrilátero. Entreguen la pista a un compañero para que escriba el nombre de la figura.



b) Comparen las pistas que hicieron en el grupo y vean si escribieron dos formas distintas de identificar la misma figura.

Puesta en común

Si bien todos los chicos han armado pistas, los conjuntos de figuras y sus propiedades diferencian los conocimientos necesarios para resolver. Los conjuntos de más figuras pueden diferenciarse por los bordes curvos o rectos, por los ángulos interiores convexos o no, por el número de lados y vértices. Los triángulos pueden diferenciarse por la congruencia de sus lados y sus ángulos, para los cuadriláteros intervienen también el paralelismo y las características de sus diagonales.

Como cierre se puede realizar un cartel para cada figura donde los grupos amarillo, naranja y rojo, en ese orden, vayan anotando pistas que caractericen a cada una de las figuras que aparecerá en el cartel con su nombre.

Así podrán tener carteles que digan: triángulos rectángulos, cuadrados, figuras con borde curvo, figuras no convexas.

A partir de los carteles de la actividad anterior puede pedirse a los niños de los distintos grupos —amarillo, naranja y rojo— que dibujen figuras de cada tipo.

a) En papel cuadriculado dibuje, cada uno, una figura que pueda ubicarse en los carteles. Por ejemplo, en el de "cuadriláteros".

b) Comparen los dibujos que hicieron en el grupo para cada cartel y vean que sean diferentes.

Aquí será importante que el maestro decida para cuáles de los carteles deberán dibujar figuras cada grupo —amarillo, naranja y rojo—, según cuáles sean las propiedades que conozcan.

Propuesta 3 Identificar propiedades comunes

Otro tipo de actividades ponen foco en que los niños organicen grupos de figuras que comparten una propiedad. Esta actividad permite relacionar algunas clases de figuras en las que intervendrán algunas o todas las figuras disponibles.

Organización de la clase

Se organizan los niños en los grupos por color y a cada grupo se le da un conjunto de las cartas disponibles y se pide a los alumnos que:

Hagan varios grupos de figuras de modo que todas se parezcan en algo y elijan un nombre para cada grupo.

Hagan grupos de manera que en cada uno todas las figuras se parezcan en algo y no quede ninguna figura sin agrupar. Elijan un nombre para cada grupo.

Hagan un grupo con las figuras de cuatro lados. ¿Cuáles incluyen? ¿Pueden dentro de ese grupo diferenciar subgrupos? ¿Cuáles? ¿Por qué?

Escriban sus conclusiones.

Si el grupo amarillo tiene todas las cartas que usó en el "Detective de figuras", por ejemplo, podrá armar un grupo con "las que no son convexas" o "las que tiene bordes rectos", etc. y dejar las demás afuera. La consigna claramente da lugar a que esto ocurra.

El grupo naranja tiene una consigna más exigente. Podrá agrupar sus cartas inicialmente armando, por ejemplo, grupos con propiedades distintas como "ángulos rectos", "alguno de los bordes es curvo", "cuatro lados". Puede ocurrir entonces que algunas cartas admitieran ubicarse en más de un grupo. Entonces podrán elegir uno de los grupos para ponerla o, si lo admitimos, dibujar una igual y ubicarla en cada uno de los grupos donde corresponda. Podrían llegar al caso de que les quede alguna única figura sin ubicar y habrá entonces que ponerle un nombre y discutir si se puede dibujar otra distinta para ese grupo, o se podría armar un grupo con una sola.

En el grupo rojo esta actividad, puede funcionar para relacionar dos clases de figuras: rombos y cuadrados, o rectángulos y cuadrados, o cuadriláteros y paralelogramos, pues se pide agrupar figuras, pero contemplando también subconjuntos de esos grupos. Así, por ejemplo, dentro del grupo de los cuadriláteros que incluye todas las figuras de 4 lados, algunos son paralelogramos, es decir que tienen cuatro lados, pero también dos pares de lados opuestos paralelos.

Puesta en común

Para sistematizar los conocimientos que intervienen en la actividad, se puede pedir a los alumnos que elaboren un afiche en el que dibujen las figuras de las cartas y le pongan al grupo el nombre elegido.

En el caso del grupo rojo habrá que distinguir dos tipos de figuras diferenciando cuáles comparten una propiedad y cuáles más de una.

A partir de los afiches, se puede proponer a los niños que realicen la tarea inversa. En este caso, dado el criterio que agrupa a las figuras, ellos deberán elegir o dibujar algunas que cumplan con él.

Organización de la clase

El docente presenta la siguiente consigna general y cada grupo trabaja con las cartas elegidas para él.

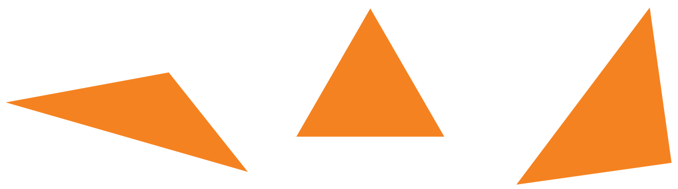
Para cada cartel de los que tenemos en la clase:

a) Elijan figuras que se puedan incluir en él.

b) Dibujen una figura más para cada grupo.

Dibujos de figuras de bordes rectos

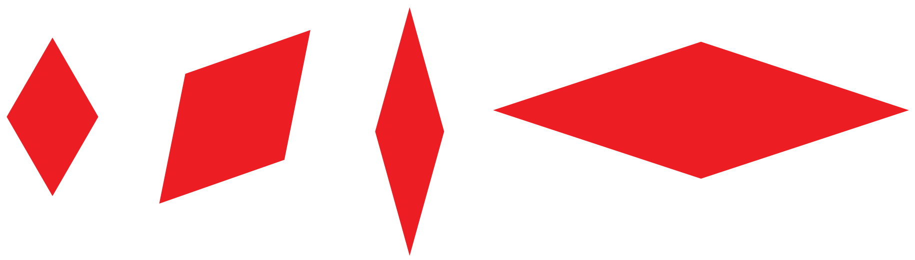
Dibujo de triángulos



Dibujo de polígonos

Dibujo de rectángulos

Dibujo de rombos



Puesta en común

En el momento de puesta en común, convendrá que cada grupo explique por qué ubicó o dibujó las figuras que han decidido indicando las propiedades que cumplen. Por otro lado, el docente podrá preguntar si la figura de alguno de los grupos podría ubicase también en el otro y viceversa: *¿cualquier "cuadrilátero" se puede ubicar en "las figuras de bordes rectos"? ¿Cualquier "figura de bordes rectos" puede ubicar en los "cuadriláteros"?* Esto será posible en un sentido y no en el otro para los dos primeros casos. El tercer caso es más complejo pues dependerá de las figuras que los niños ubiquen en cada grupo. Efectivamente, si hay algún cuadrado entre los rectángulos (paralelogramo con 4 ángulos rectos) o entre los rombos (paralelogramo con 4 lados iguales), esos cuadrados pueden ubicarse también en el otro grupo. Pero atención, esto ocurriría sólo para ese caso particular de rectángulo o de rombo.

Como se puede advertir en las dos últimas actividades, aquellas que son de tipo clasificatorio requieren que sean los alumnos quienes propongan los criterios, los pongan a prueba y los reformulen. La tarea del docente será elegir convenientemente el universo de figuras de modo que puedan ser agrupadas según las propiedades que se quieran trabajar.

Palabras finales

Hasta aquí se han compartido algunas propuestas y sugerencias para la organización de la enseñanza, surgidas del intercambio con colegas de distintas escuelas. Se buscó mostrar algunos ejemplos de cómo es posible construir, a partir de un trabajo colectivo, propuestas que apunten a hacer vivir a los alumnos un trabajo matemático significativo del que todos puedan participar.

La diversidad de grupos, de docentes, de escuelas, de contextos, de experiencias hace imposible que las secuencias y actividades que registramos se repitan exactamente iguales. Cada clase es única, como así también es única la relación que cada docente construye con sus alumnos. Son distintos los recorridos y los proyectos. Pero compartir ideas, contar lo que se hizo y explicar los motivos por los que se tomó una decisión u otra permite revisar y enriquecer la práctica. Escribir, y más cuando se realiza junto a otros colegas, permite volver a pensar sobre lo que se hace, advertir límites y posibilidades y generar nuevas ideas.

Los invitamos, entonces, a seguir registrando y compartiendo experiencias en el siempre desafiante ámbito del plurigrado.

Bibliografía

AAVV (2012) Notas para la enseñanza 1: Operaciones con números naturales. Fracciones y números decimales. Ministerio de Educación de la Nación
http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL005016.pdf

AAVV (2014) Notas para la enseñanza 2: Operaciones con fracciones y números decimales. Propiedades de las figuras geométricas. Ministerio de Educación de la Nación.
http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL005788.pdf

AAVV (2007) Matemática 3, 4, 5 y 6 Serie Cuadernos para el Aula. Buenos Aires. Ministerio de Educación de la Nación.
http://portal.educacion.gov.ar/primaria/recursos-didacticos-y-publicaciones/

AAVV (2007) Ejemplos para pensar la enseñanza en plurigrado. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación.
http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001716.pdf

AAVV (2005) Hacia una mejor calidad de la educación rural: matemática. Dir. General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.
https://cedoc.infd.edu.ar/upload/rurales_mat_3.pdf

Agrasar, M. y Chara, S., Chemello, G. (coord) (2001) Juegos en matemática EGB 1. El juego como recurso para aprender. Buenos Aires. Ministerio de Educación de la Nación.
http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001219.pdf

Hanfling, M. y Machiunas, V., Chemello, G. (coord) (2001) Juegos en matemática EGB 2. El juego como recurso para aprender. Buenos Aires. Ministerio de Educación de la Nación.
http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001220.pdf

Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación. Ejemplos para pensar la enseñanza en plurigrado. - 1a ed. - Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, 2007

Perrenoud, P. (2004) Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar. Barcelona: Grao.
http://www.unige.ch/fapse/life/livres/alpha/P/Perrenoud_2004_B.html

Sarlé, P. (2006) Enseñar el juego y jugar la enseñanza. Buenos Aires. Editorial Paidós.

Sarlé, P. (2012) Proyectos en juego. Experiencias infantiles, espacios y lugares para jugar: Juego y educación infantil Buenos Aires: Fundación Navarro Viola.
http://www.fnv.org.ar/descargas/juego_y_educacion_infantil.pdf

Sarlé, P. Patricia (2010). Juego reglado. Un álbum de juegos. Buenos Aires: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura
http://www.unicef.org/argentina/spanish/Cuaderno_4_Juego_Regrado.pdf

Panizza, M. (2003) "Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas". En Enseñar matemática en Nivel Inicial y Primer ciclo de la EGB. Mabel Panizza (comp.) Buenos Aires, Paidós.

Sadovsky, P. (2005) Enseñar Matemática hoy. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Uttech, M. (2004) Aprovechar la realidad: las ventajas del salón multigrado". Imaginar, facilitar, transformar. Una pedagogía para el salón multigrado y la escuela rural. Paidós,

Vergnaud, G. (1997) El aprendizaje y la enseñanza de la matemática. En Aprendizajes y didácticas ¿Qué hay de nuevo? capítulo 3. Editorial Edicial, Buenos Aires.

Sitios de interés y bibliografía sugerida sobre juego

AAVV Equipo matemática CeAPI. (2015) El juego como recurso para hacer matemática. Neuquén.
http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/04/EL-JUEGO-COMO-RECURSO-PARA-HACER-MATEMATICA.pdf

Brinnitzer, G. Pérez, S. y otras. (2015) El juego en la enseñanza de la matemática. Novedades Educativas.

Becerril, M. y P. García (2011). Juegos que pueden colaborar en el trabajo en torno al cálculo mental -Mejorar los aprendizajes. Buenos Aires: DGCyE, Dirección Provincial de Educación Primaria. Disponible en: http://servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/areascurriculares/matematica/juegos_que_pueden_colaborar_en_%20el_trabajo_en_torno_al_calculo_mental.pdf

Sancha, I. (2009) Cálculo mental y algorítmico, Mejorar los aprendizajes. Dirección de Gestión Curricular – Mejorar los aprendizajes – Área Matemática. http://abc.gob.ar/primaria/sites/default/files/documentos/calculo_mental_y_agoritmico_0.pdf

Dirección de Currícula (2005). Cálculo mental con Números Naturales. Plan Plurianual. Ministerio de Educación. GCBA. Disponible en: www.buenosaires.gov.ar

http://museodeljuego.org
El museo tiene como objetivo fundamental recoger, conservar y divulgar todas las modalidades de juegos de España, especialmente los deportivos, tradicionales y populares, mediante la conservación de piezas testigo y la documentación de las prácticas deportivas y los usos sociales asociados. Estos materiales tratan de una manifestación cultural de amplio recorrido, que abarca tanto su uso en la vida cotidiana, como en el ritual de la fiesta, siendo importante su contextualización y documentación, que se hará dándole especial importancia, tanto a su función deportiva, como a su función simbólica.

http://www.museodelnino.es/sala2/jpopulares/jpopulares.htm
Juegos populares españoles recopilados por El Museo del Niño y Centro de Documentación Histórica que tiene el objetivo fundamental de rescatar, custodiar, estudiar y exponer cuantos testimonios tienen que ver con la historia de la infancia y de la educación en general y de la provincia de Albacete en particular.

http://portal.educacion.gov.ar/primaria/recursos-didacticos-y-publicaciones/
Colección "Juegos en matemática" Estos materiales forman parte de una serie que se produjo en el año 2001 y que ha sido reeditada en varias ocasiones. Esta colección está destinada a promover el uso del juego como actividad relevante para la enseñanza de la matemática en la educación primaria. La serie se compone de 2 cuadernillos para alumnos, que contienen figuras recortables para el desarrollo de los juegos propuestos, y de 2 cuadernillos destinados a docentes que incluyen reflexiones sobre la utilización de este recurso didáctico, y una serie de juegos para desarrollar en clase con los alumnos. La presentación de cada juego explicita las reglas de participación, los materiales necesarios y las pautas de organización del grupo. Además, se ofrecen variantes, algunas consideraciones didácticas y los propósitos pedagógicos involucrados. A su vez, se sugieren actividades complementarias.

http://www.educared.org.ar/infanciaenred/elgloborojo/globo_2009/tradicionales/index.asp
Infancia en red es un aporte de Educared dedicada a docentes de educación infantil. Contiene diversas secciones que presentan proyector relacionados a esta etapa de la enseñanza.
El Globo Rojo. Site destinado a resaltar la importancia del juego en la etapa preescolar. E él se incluyen juegos de siempre, materiales de juego, curso en línea relacionados al tema, entre otros.

http://www.scielo.org.co/pdf/angr/v15n30/1692-2522-angr-15-30-00051.pdf
Hacia una conceptualización de los videojuegos como discursos multimodales electrónicos
Felipe Pereira Henríquez - Teresa Alonzo Zúñiga Anagramas
Volumen 15, Nº 30 pp. 51-64 ISSN 1692-2522 Enero-junio de 2017. 228 p. Medellín, Colombia.

Para descargar los juegos en su versión imprimible, ingresá en www.fundacionbyb.org

Matemática en aulas de plurigrado:
el juego como recurso de enseñanza

DIRECCIÓN
Clara María Gonzales Chaves

COORDINACIÓN DE EDICIÓN, DISEÑO E IMPRENTA
Ezequiel Bacher

AUTORAS
Mónica Agrasar
Graciela Chemello

DISEÑO GRÁFICO
Albano García

EQUIPO DE PROYECTO
Aldana Álvarez
Clara María Gonzales Chaves
Valeria Schildknecht

Contenido desarrollado en el marco del Programa Sembrador,
un programa de la Fundación Bunge y Born en alianza con la Fundación Perez Companc.
Buenos Aires, 2019.

FSC
www.fsc.org
MIXTO
Papel procedente de fuentes responsables
FSC® C121479

Este producto está hecho de fibra de bosques bien gestionados y otras fuentes controladas. Así lo certifica FSC® (Forest Stewardship Council®), una organización internacional sin fines de lucro que promueve el manejo responsable de bosques y plantaciones en el mundo entero.

Se terminó de imprimir en ..., en noviembre de 2019.